Math. P.
411
4(2

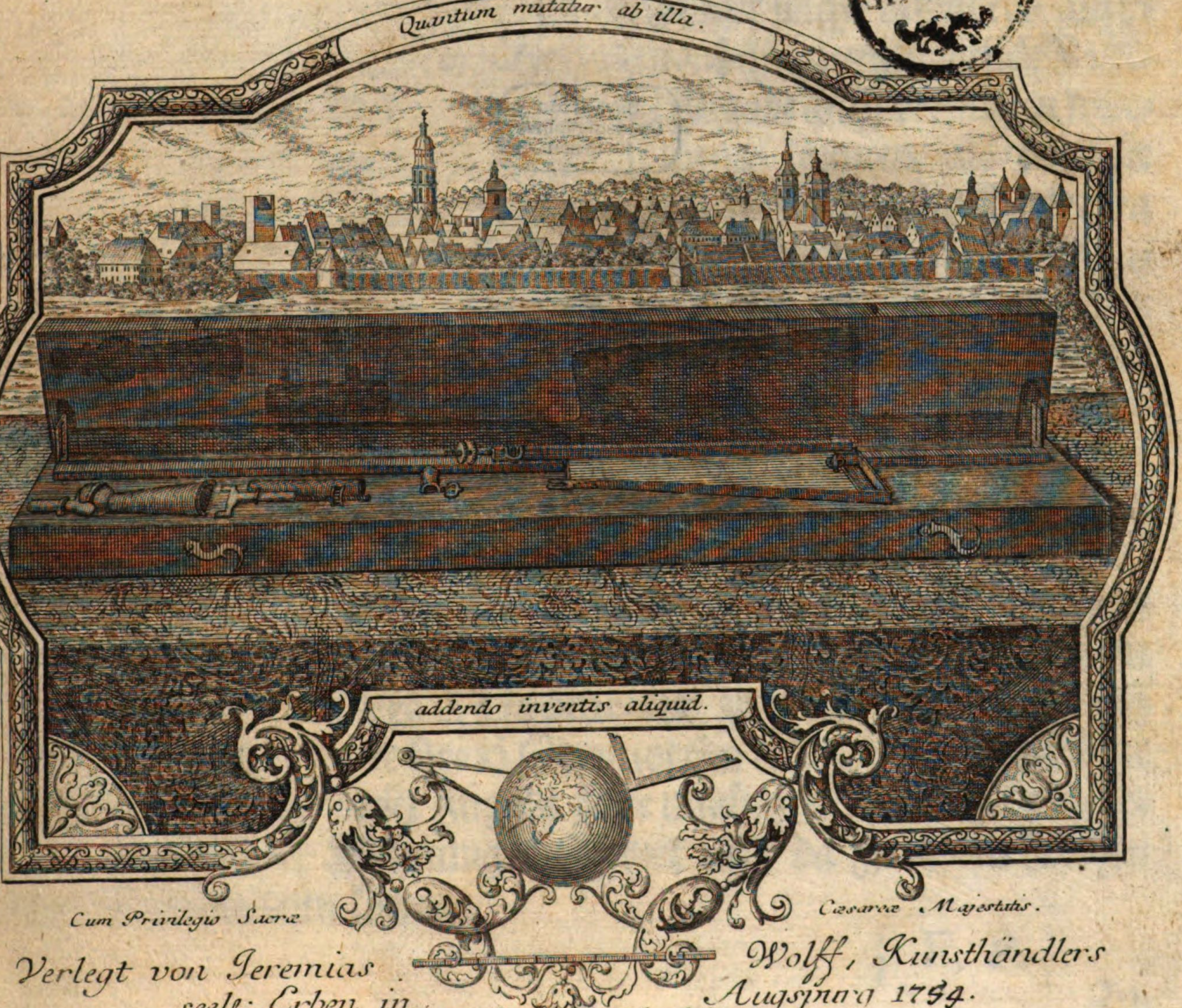
4° Math. P. 411 f/2

Johann Friederich Penthers,
Königl. Groß-Britannischen Raths/ und Prof. Ordin. Oecon.
zu Göttingen,

Zugabe
Zur
PRAXI GEOMETRIÆ,

Worinn
Noch verschiedene zur ausübenden Geometria nützliche Stücke/ dabey auch zweyerley Arten Architectonische Schnecken, nach Geometrischen Gründen, in einer angenehmen proportionirlich-fortgehenden Erweiterung zu zeichnen angewiesen werden, und endlich eine Zusammensetzung einer guten Wasser-Waage, wie auch derselben Gebrauch mitgetheilt wird.

BIBLIOTH. GYMN.



Cum Privilegio Sacræ Cæsareæ Majestatis.

Verlegt von Jeremias Wolff, Kunsthändlers seel: Erben in Augspurg 1754.
jezo bey Johan Michael Probst zu haben.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

74/77

Vorrede.

ALs die Anstalt gemacht wurde/ die zweyte Auflage der Praxis Geometriæ vorzunehmen/ war ich gesinnet/ dieselbe zu vermehren; Es riethen mir aber die Herren Verlèger aus Aufrichtigkeit/ und darzuthun/ wie sie nicht vom Eigennutz beherrschet würden/ daß/ wann ich eine Vermehrung vorhätte/ ich doch lieber solche besonders aufsetzen/ als der zweyten Edition einverleiben möchte/ weilen vielleicht verschiedene/ so die erste Auflage besässen/ die Zugabe auch verlangen würden/ und solche viel wohlfeiler allein bekommen könnten/ als wann sie mit in der zweyten Edition begriffen/ und diese mit gekaufft werden müßte/ und darzu die erste Auflage überflüssig wäre. Diesen Rath habe so vielmehr gern angenommen/ weilen darbey dem Willen zweyer Partheyen mich gemäß aufführen können. Daher folgende Blätter aufgesetzet/ und mit Figuren versehen. Ich mache aber dabey nicht einen Anfang mit neuen Paragraphis, sondern führe die in der Praxi verlassene §. §. fort/ welches auch mit den Figuren-Tabellen so mache/ dieserwegen die Zugabe/ als ein völlig-anhängendes/ und der Praxi Geometriæ zugehöriges Stück anzusehen; Und wann in der Zugabe Paragraphi, so dem 555sten §. vorangehen/ angeführt/ allezeit die Paragraphi aus der Praxi Geometriæ zu verstehen sind. Ich hoffe/ daß diejenige/ so der Praxi Geometriæ eine geneigte Aufnahme wiederfahren lassen/ dieser Zugabe keine ungünstige Blicke geben werden/ da sie meiner Meynung nach hier und da zu ihrem Nutzen werden was auslesen können.

J. F. P.

Zugabe
zur Vorbereitung.

§. 553. Im 10. §. ist der Zeichen-Stäbe Erwehnung geschehen, daß solche oben ein Loch haben können, um solche an eine Schnur zu riehen. Ich bin aber, nach der Zeit, auf eine andere Art gefallen, die Zeichen-Stäbe beysammen zu verwahren, und einzeln beym Gebrauch, welche davon zu nehmen, so viel vortheilhaffter, als das An- und Abriehen gefunden. Nemlich: Ich habe zwey Capsuln von starcken Leder, jede ¼. Ellen tieff, und oben bey der Oeffnung vier Zoll, im Diametro, oder so weit, daß alle Zeichen-Stäbe füglich hinein zu stecken gewesen, unten am Boden aber sehr wenig enger machen, und solche an einen ledernen, mit einer Schnalle versehenen Gurt befestigen
Tab. XXVI, Fig. I. lassen, wie Fig. I. Tab. XXVI. zeiget. Ein jeder von den zwey Leuten, so die Meß-Kette geführet, haben um ihren Leib solchen Gurt mit der Capsul, wie ein Degen-Gehencke, geschnallet, daß die Capsul an der lincken Seite herunter gehangen, da sie dann alle Augenblick darein die Zeichen-Stäbe zur Verwahrung stecken, oder zum Gebrauch heraus nehmen können, wodurch gantz keine Versäumung, wie beym Anriehen, vorgefallen, auch nicht so leicht ein Zeichen-Stäbchen verlohren gegangen, und dardurch grosse Irrung im Messen geschehen, welches beym An- und Abriehen öffters erfahren; Ja, es sind auch zwey Personen beym Messen erspahret worden, so die Zeichen-Stäbe an der Schnur in Verwahrung gehabt, und den zwey Leuten an der Kette damit zur Hand gestanden. In der neuen Edition der Praxis Geometriæ habe zwar von diesen Capsuln schon etwas gemeldet, weilen aber diese Zugabe auch denen zum Nutzen, so sich die erste Edition angeschafft, aufgesetzt, habe es zu wiederholen nicht umgehen wollen. Und über diß habe allhier ausführlicher davon geschrieben, daß auch denen, so die zweyte Edition besitzen, mehr gedienet werde.

Zugabe
Zur I. Sect. des I. Cap. im I. Theile.

§. 554. Die Linien, so aus den Kegel-Schnitten entstehen, werden sonst zwar nur bey der subtilern Geometrie in Betrachtung gezogen, da aber dieselben doch auch vielfach im gemeinen Leben vorkommen, habe bey dieser Section sie erklären, und bey der folgenden deren Aufzeichnung mittheilen wollen. Nechstdem werden hier noch einige Termini beygefüget, so zu erklären vor nützlich und nöthig angesehen.

§. 546. Linea Elliptica, oder Ellipsis, ist diejenige länglich runde Linie, welche entstehet, wann ein Conus oder Kegel schröge durch seine Axin, wie e f d e zeiget, durch eine Spitze des Coni aber abgeschnitten wird, Fig. 2. Tab. XXVIII. Die eigentliche Gestalt der Ellipsis, wie sich solche von vorn anzusehen zeiget, finden wir in der zweyten
Tab. XXVIII. Fig. 2. Fig. Tab. XXVIII. bey w. ♃ ♂ h y x, &c.

Linea

Linea Hyperbolica, oder Hyperbel, ist diejenige krumme Linie, welche entstehet, wann ein Kegel dergestalt durchschnitten wird, daß die Axis oder Mittel-Linie der Hyperbel l o Fig. 2. Tab. XXVI. mit der Axi des Coni a b. parallel läufft. Die eigentliche Gestalt, wie eine Hyperbel von vorn anzusehen ist, zeiget Fig. 1. Tab. XXVIII. bey ⊙ β z i k l ☾. §. 547. Tab. XXVI. Fig. 2. Tab. XXVIII. Fig. 1.

Linea Parabolica, oder Parabel, oder Brenn-Linie, ist diejenige krumme Linie, welche entstehet, wann ein Kegel dergestalt durchschnitten wird, daß die Axis der Parabel h b mit der Seite des Kegels a n Fig. 2. Tab. XXVI. parallel läufft. Die eigentliche Gestalt, wie eine Parabel von vorn anzusehen, zeiget Fig. 3. Tab. XXVI. bey △ ♄ ☿ y z ♃ ☾. §. 548. Tab. XXVI. Fig. 2. Fig. 3.

Vertex Parabolæ, ist der oberste Punct a Fig. 4. Tab. XXVI. wo die Axis a b die Parabolam berühret. §. 549. Fig. 4.

Ordinata ist eine jede Quer-Linie in einer Parabel g h, c d Fig. 4. so aber mit der Axi rechte Winckel machen muß. §. 550.

Semiordinata ist eine dergleichen halbe Linie e f. Fig. 4. so nur biß an die Axin gehet. §. 551.

Abscissa ist ein Stück der Axis von jeder Ordinata biß zum Vertice, also ist a b. Fig. 4. die Abscissa der Ordinatæ c d, und a i ist Abscissa der Ordinatæ g h. §. 552.

Parameter ist diejenige Ordinata g h Fig. 4., welche eben viermahl so lang, als ihre Abscissa a i ist. §. 553.

Focus oder Brenn-Punct ist der Punct i. Fig. 4., wo der Parameter die Axin durchschneidet. §. 554.

Cyclois, Rade-Linie, ist eine krumme Linie, welche von einem auf ebenen Plano fortgewaltzten Rade, durch einen an dessen äussersten Krantze befindlichen Punct, in einem Umgang, vom Plano an, biß wieder zum Plano, formiret wird, a y w t s c r u, &c. Fig. 3. Tab. XXXI. §. 555. Tab. XXXI. Fig. 3.

Concentrische Linien sind Circul, oder Circul-Stücke, so aus einem Centro gezogen werden, von verschiedenen Radiis, als: Fig. 1. Tab. XXXII. §. 556. Tab. XXXII. Fig. 1.

Eccentrische Linien sind Circul oder Circul-Stücke, so nicht aus einem Centro gezogen sind, als: Fig. 2. Tab. XXXII. §. 557. Fig. 2.

Anguli interni sind nicht nur die innere Winckel a b c, b c a, c a b in einer geschlossenen Figur; Fig. 3. Tab. XXXII. sondern auch diejenige Winckel, so von einer durch zwey Parallelen lauffenden Linie zwischen den Parallelen formiret werden, als: d e f, g f e, h f e f e i. Fig. 4. Tab. XXXII. §. 558. Fig. 3. Fig. 4.

Anguli alterni sind die zwischen zweyen Parallelen durch eine durchgehende Linie formirte, und übers Creutz befindliche Winckel, als: f e d und e f h, oder g f e und f e i Fig. 4. Tab. XXXII. §. 559.

Anguli contigui sind zwey auf einer geraden Linie aneinander trettende, und zusammen 180. Grad ausmachende Winckel, als: d e f, und f e i, oder g f k, und k f h. Fig. 4. Tab. XXXII. §. 560.

Angulus Centri ist ein Winckel, den zwey aus einem Centro auslauffende Radii machen, als: b a c Fig. 10. Tab. XXXII. §. 561. Fig. 10.

Angulus Polygoni ist derjenige Winckel, den in einer Figur zwey Seiten machen, als: q b c. oder b c d. Fig. 10. Tab. XXXII. §. 562.

Zugabe

Zur II. Sect. des I. Cap. im I. Theile.

§. 115. ist gewiesen worden, wie eine Linsen-Linie zu machen. Man ist aber an der dabey vorgeschriebenen Länge und Breite nicht gebunden, sondern kan die Centra a und b näher zusammen, oder weiter auseinander bringen, da die Länge zur Breite eine andere Verhaltung bekommnet, wie Fig. 5. 6. zeigen, Tab. XXXII. §. 563. Fig. 5. 6.

Diese Linie ist vielfach in Gebrauch, und bekommt durch gewisse Zusätze gantz besondere Gestalten, so zu allerhand Einfassungen dienen, wovon in den Figuren 7. 8. Tab. XXXII. ein paar Beyspiele verhanden. §. 564. Fig. 7. 8.

Man siehet aus der Oval-Linsen- und Schnecken-Linie, daß die aneinander gesetzte Circul-Stücke so zusammen gefügt, daß sie keinen Bruch, Buckel oder Eck machen, sondern in einem fortgezogen zu seyn scheinen, welches erhalten wird, wann die beyden Centra der zusammen gesetzten Circul-Stücke auf einer geraden, aus dem Zusammenhang kommenden Linie befindlich sind. Diesemnach man allerhand Circul-Stücke, grosse und kleine, über und unter sich gehende, aneinander hencken kan, daß sie in einem fortgezogen zu seyn scheinen, und nicht das Ansehen haben, als wann ein Circul darzu gebraucht worden, wann man von dem Ende des ersten Circuls-Stück durch dessen Centrum eine Linie ziehet, und auf dieser Linie das Centrum zu dem anzuhängenden Bogen erwählet, wie Fig. 9. Tab. XXXII. zeiget, da aus b zum Centro c. §. 565. Fig. 9.

die Linie b c gezogen, und auf dieser das Centrum d. zum Bogen b e erwählet; Zum Bogen e f befindet sich das Centrum g. auf der Linie e d, so vom Zusammenhang e nach dem Centro d gezogen, und so weiter, wie die blinde Linien zeigen.

§. 566. §. 118. ist eine Architectonische Schnecke zu zeichnen gewiesen worden. Dieselbe ist Nicolai Goldmanns, eines sehr renommirten Architecti, oder wohl eigentlicher zu sprechen, Vitruvii Schnecke, indem sie völlig mit Vitruvii Beschreibung übereinkommt, welche Beschreibung, da Vitruvius keine Zeichnung darzu zurück gelassen, biß zu Goldmanns Zeiten immer unverständlich gewesen, durch dieses Mannes Ausfindung aber wieder verständlich worden. Vor welche Ausfindung die Architecti Goldmannen vielen Danck wissen. Daher auch der de Laet in seiner herrlichen Vitruvianischen Edition die Volutam Jonicam hactenus amissam à Goldmanno restitutam mit eingeruckt, und der geschickte Frantzose Perault nicht unterlassen können, die Goldmannische Schnecke, ob sie gleich von einem Teutschen herkommet, seiner Frantzösischen Ubersetzung des Vitruvii einzuverleiben. Vor Goldmann haben die Baumeister andere Fundamenta gehabt Schnecken aufzureissen, wie dann beym Vignola zweyerley zu sehen sind, wovon die eine sich nicht in gehöriger fortgehender Proportion erweitert, und bey der andern sind die Circul-Stücke nicht Geometrisch zusammen gehänget. Wir dörffen aber nicht gedencken, daß solche zwey Fehler alle beyde in der Goldmannischen Schnecke gehoben, indem diese zwar die Circul-Stücke Geometrisch aneinander hänget, allein in gehöriger fortgehender Proportion sich nicht erweitert, und auf der einen Seite mehr als auf der andern Seite in der Erweiterung zunimmt, da man doch der Natur so viel, als möglich, nachzugehen, und unsern Schnecken-Häusern, als denen die Gestalt der Architectonischen Schnecken abgeborget, und welche immer proportionirlich in der Ausweitung zunehmen, gleich zu kommen geflissen seyn sollte. Solches hat mich bewogen, auf ein ander Fundament zu dencken, bey welchem die Aneinanderhängung der Circul-Stück Geometrisch, und die Ausweitung immer proportionirlich fortgienge. Da mir dann zweyerley Arten beygefallen zu meinem Zweck zu gelangen:

Tab. XXIX. Fig. 1. §. 567. Die erste Art wird also gemacht: Im Auge der Schnecke Fig. 1. Tab. XXIX. mache ein recht winckelichtes Creutz a d c b, und theile jeden Schenckel in zwölff Theile ein; die Schenckel seyn nun o a, o b, o c, o d. Aus dem zweyten Theil des Schenckels o b ziehe durch den ersten Theil des Schenckels o a eine Linie biß etwan in e oder drüber, hierauf wird biß an diese Linie aus dem ersten Theil des Schenckels o a das Circul-Stück c e gezogen. Dann ziehet man aus dem dritten Theil des Schenckels o c durch den zweyten Theil des Schenckels o b eine Linie, etwa biß in f oder drüber, darauf wird biß an diese Linie der Bogen e f gezogen; Und so fährt man fort biß die gantze Schnecke, wie die Figur zeigt, gezogen, welche alle Circul-Stück gehörig Geometrisch aneinander hänget, immer proportionirlich zunimmt, da sich die Goldmannische Schnecke auf der einen Seite starck, auf der andern wenig erweitert, wie der Unterscheid in der Figur solches klar zeiget, da unter meiner die Goldmannische mit punctirten Linien entworffen.

§. 568. Die Proportion der Höhe des Auges zur Höhe der Schnecke ist etwas kleiner als in der Goldmannischen, welches aber nicht viel; Wiewohl, wann es auch viel, würde solches nichts sagen, indem dadurch der Natur etwas näher käme, da unsere Schnecken-Häuser kein so grosses, ja nicht einmahl ein geschlossenes Auge haben. Wie denn auch nicht unrecht gethan, wann der Architectonischen Schnecke mehr als drey Umgänge gegeben würden, weilen die Schnecken-Häuser gemeiniglich $4\frac{1}{2}$ Umgänge haben. Ich bleibe aber vors erste noch bey denen drey Umgängen, um diese Art besser gegen die Goldmannische halten zu können. Die obere Höhe meiner Schnecke d z beträgt 229. Theile, die Augen-Höhe hat 48, der Radius also des Auges 24. Theile, oder die erstere $114\frac{1}{2}$, die andere 24, der letztere 12. Theile.

§. 569. Will man also diese Schnecke von aussen hinein zeichnen, oder bey z. anfangen, macht man einen Maaß-Stab aus den Theilen des Auges, und setzt aus d in z $114\frac{1}{2}$. solcher Theile, und verfahrt von aussen hinein, wie es von innen hinaus gewiesen worden.

Wäre die Höhe d z. vorgeschrieben, theilt man solche in $114\frac{1}{2}$ Theil, und nimmt 12. Theile davon zum Radio des Auges, welches aus d in o Winckel-recht aufgesetzt, und die Eintheilung alsdann gehörig gemacht wird. Es möchte wohl eingewendet werden, daß es zu schwer eine Linie in so viel, nemlich $114\frac{1}{2}$. Theil ohne Proportional-Circul zu theilen. Diesen Kummer will im 590sten §. heben, wo selbst einen Modum zeige, eine jede Linie füglich in allerhand, und zwar viel Theile zu theilen.

Tab. XXX. Fig. 1. §. 570. Die zweyte Art wird also gemacht: Man ziehet im Schnecken-Auge ein rechtwinckelicht Creutz, und theilet einen Schenckel davon Fig. 1. Tab. XXX. o a in acht Theile. Von solchen acht Theilen setzt man 7. Theile auf den benachbarten Schenckel

aus

aus o in d, ziehet a d zusammen. Dann ziehet man zu dieser Linie a d die Linie d c, Winckel-recht, biß an den dritten Schenckel.

Weiter ziehet man zur Linie c d eine rechtwinckelichte Linie c b, biß an den vierdten Schenckel, so auch zur Linie c b eine rechtwinckelichte b e, biß wieder an den ersten Schenckel, und mit diesen rechtwinckelichten Linien fährt man fort, biß man zu f kommt, so werden die Ecken dieser rechten Winckel nicht minder die beyde Enden f und a die Centra zu den Bogen-Stücken der Schnecke, und o das Centrum des Schnecken-Auges seyn. Ehe man aber zur Ziehung der Bogen schreitet, werden die Linien a d, d c, c b, b e, und so fort, rauswärts blind continuirt, und biß an selbe die Bogen-Stück gezogen; Nemlich, wann man das Auge ausgezogen, ziehet man aus f den Bogen g h. aus n den Quadranten h k, und so weiter, biß man aus a den Bogen l m bekommt.

Wir finden in dieser Schnecke die Proportiones der Erweiterung noch besser, als in der ersten Art, massen die Fundamental-Linien im Auge, welche in der 2. Fig. besonders entworffen, um dieselben deutlicher sehen zu können, in Continua Proportione Geometrica sich befinden. Dann, wie sich f n zu n p verhält, so verhält sich n p. zu p q, und wie sich n p zu p q verhält, so verhält sich p q zu q r. und so weiter.

Die Höhe der Schnecke a m verhält sich zum Radio des Auges a o wie 75. zu 8. §. 571.
Wann man diese Proportion hat, läßt sich auch die Schnecke von aussen hinein zeichnen, nemlich, wann die Höhe a m gegeben, theilt man solche in 75. Theile, oder erstlich in drey Theile, jedes Drittel in fünff Theile, und jedes Fünff-Theil wieder in fünff Theile, so bekommt man 75. Theile. Von diesen 75. Theilen setzt man acht Theile nach einem rechten Winckel aus a in o, so ist dieses der Radius des Schnecken-Auges, welches ausgezogen wird, darein die Fundamental-Linien, wie vorhin, kommen, und nach solchen die gantze Schnecke gezogen werden kan.

Ich weiß nun wohl, daß einige einwenden werden, die Höhe des Goldmannischen Schnecken-Auges zur obern Höhe der Schnecke wäre wie 1. zu $4\frac{1}{2}$, oder der §. 572.
Radius des Schnecken-Auges zur obern Höhe wie 1. zu 9, und bestünde diese Verhaltung aus weniger Zahlen als meine Verhaltungen, da ich in der ersten Art 12. zu $114\frac{1}{2}$, und in der andern Art 8. zu 75. hatte, so kan ich dieses freylich nicht in Abrede seyn; Allein, wir wollen diese Schnecken zusammen aufreissen, und würcklich appliciren, und dann fragen: Ob man an selben mehr wahrnehmen könne, daß zu einer kleinere Zahlen in Proportionirung der Höhen genommen, als zu der andern? Oder ob man mehr wahrnehmen könne, daß die Ausweitungen der einen nicht so proportionirlich, wie bey den andern, geschehen? Ich meyne immer, ersteres wird, und wann es auch ein gutes Auge beleuchtet, gar nicht, letzteres aber wohl gefunden werden. Wahr ist es, daß mir es lieber gewesen, wann die Proportiones in kleineren Zahlen hätte haben, und dabey doch meinen Zweck erreichen können, da aber beydes zusammen sich nicht hat geben wollen, habe mich zufrieden gestellet, da letzteres erhalten habe.

Dabey kan nicht umhin zu zeigen, wie man die Fundamental-Linien im Auge §. 573.
accurat, leicht und geschwinde machen solle.

Anstatt, daß man die Maassen 8. und 7. im Auge auf zwey Creutz-Schenckel Tab. XXX. Fig. 2.
setzt, trägt man acht Theile in zimlicher beliebiger Grösse aus o auf einem continuirten Schenckel des Creutzes, sie mögen so weit gehen als sie wollen; Setzen wir, sie gehen biß in 5. Fig. 1. Tab. XXX. Von diesen 8. Theilen nehmen wir 7, und setzen solche auf den benachbarten continuirten Schenckel aus o in t. Dann bedienet man sich dabey zum Parallel-Ziehen eines rechtwinckelichten Drey-Ecks und Lineals, wie solche Stücke in der Praxi Geometriæ §. 9. 10, und deren Gebrauch §. 103. angepriesen, legt die eine Seite des Drey-Ecks, welche den rechten Winckel machen hilfft, und hier die Basis des Drey-Ecks heissen soll, an die Puncte s t, an die andere Seite des rechtwinckelichten Drey-Ecks, welche auch am rechten Winckel befindlich, und hier der Cathetus des Drey-Ecks heissen soll, legt man ein Lineal, hält dieses fest, und schiebet daran das Drey-Eck runter biß an den Punct a, und ziehet a d Parallel zu t s. Dann hält man das Drey-Eck fest, und leget an dessen schröge Seite, oder an die Hypotenusam das Lineal, hält darauf dieses fest, und läßt daran das Drey-Eck hin- und wieder, lauffen, so kan man, wann der Cathetus des Drey-Ecks an den Punct d kommt, die Linie d c ziehen, wann die Basis des Drey-Ecks an c kommt, die Linie c b ziehen, und wann der Cathetus an b geschoben wird, die Linie b e ziehen, und so continuiren biß man an f kommt. Welches alles sich weit geschwinder zeigen und ausführen, als beschreiben läßt, und dabey accurate Arbeit gibt.

Oben §. 568. habe gedacht, daß die Schnecken-Häuser gemeiniglich $4\frac{1}{2}$. Umgang, §. 574.
und nicht ein solches Auge, als die Architectonische Schnecken haben. Nach meinem

Tab. XXXI. Fig. 1. zweyten Fundament habe in der 1. Fig. Tab. XXXI. einen dergleichen Schnecken-Riß entworffen, worzu die Fundamental-Linien die Proportion wie 7. zu 6. haben.

§. 575. Noch muß gedencken, daß sich in dieser letzten Art die Fundamental-Linien gar leicht vielfach, ja, man kan sagen, unendlich einwärts und auswärts continuiren lassen, und man also auch eine Schnecken-Linie von gar vielen Umgängen gantz leicht bekommen könne. Man ist auch nicht an die Zahlen 8. und 7. zu Proportionirung der Fundamental-Linien gebunden, sondern so bald man eine mehr oder weniger von einander unterschiedene Proportion erwählet, so nimmt auch die Ausweitung der Schnecke später oder eher zu. Ich habe 7. und 8. deßhalb genommen, weilen das Schnecken-Auge, und die obere Höhe der Schnecke dadurch den Goldmannischen Höhen nahe kommt, und man die beyden Schnecken desto besser gegeneinander halten könne, daher auch bey der Fig. 1. Tab. XXX. entworffenen Schnecke die Goldmannische mit punctirten Linien zu sehen. Jedoch muß die Verhaltung der Zahlen zu den Fundamental-Linien nicht gar zu weit von einander unterschieden seyn, oder zu nahe zusammen treten, weil beydes was unförmliches nach sich ziehen würde.

§. 576. Die eigentliche Verhaltung der Haupt-Höhen in der Goldmannischen Schnecke zu den Haupt-Höhen dieser hier angeführten Schnecken ist folgende:

	Radius des Auges.	Obere Höhe der Schnecke.
Bey der Goldmannischen -	1. Theil.	9. Theile.
Meiner ersten Art - - -	12. - -	114½. - -
Meiner zweyten Art - -	8. - -	75. - -

Oder, wann der Radius des Auges bey allen dreyen gleich hoch zu 24. Theilen genommen wird, ist die obere Höhe

Bey der Goldmannischen	216. Theile.
Meiner ersten Art - -	229. - -
Meiner zweyten Art -	225. - -

Eine Lineam Parabolicam zu zeichnen.

Fig. 3. §. 577. Es wird ein Drey-Eck Tab. XXVI. Fig. 3. a b c entworffen, so den zu zerschneidenden Conum Orthographice vorstellet, hierauf ziehet man die Linie e d dergestalt, daß sie mit a c Parallel lauffe, dann setzt man auf die Linie e d gewisse Theile, wie mit f g h der Anfang gemacht, biß runter zu d. (nach e zu können sie wohl enger, als nach d zu, gemacht werden.) Diese Theilungs-Puncta werden nun dreymahl gebraucht. Erstlich ziehet man daraus zu der Linie b c Parallel-Linien, so die Linie a c berühren müssen, welches die Linien e i, f k, g l, h m und so weiter sind. Hernach läßt man aus a die Perpendiculare a n fallen, setzt aus d die Weite d c in o, und ziehet durch o die Horizontal-Linie p q, auf welche man aus i k l m, und so fort, Perpendicularen fallen läßt, wovon i r die erste, und c q die letztere ist. Aus allen denen Puncten, wo gleich genannte Perpendicularen die Horizontal-Linie p q berühren, werden aus o Concentrische ¾ Stücke eines Circuls gezogen, wovon r t u s der innere, und q n p d der äussere ist. Zweytens ziehet man aus den Theilungs-Puncten e f g h. &c. Perpendicularen an die drey Vierthel-Circul dergestalt, daß die Perpendiculare aus dem Theilungs-Punct e den innersten oder kleinsten Circul in u, die Perpendiculare aus f den noch grössern Circul in w., die Perpendiculare aus g den dritten Circul von einem in x, und so weiter, zuletzt aber die Perpendiculare aus d den äussersten Circul in n berühre. Drittens ziehet man aus den Theilungs-Puncten e f g h, &c. die Linien e y, f z, &c. welche zu der Linie e d Winckel-recht, zu einander aber, Parallel sind. Endlich ziehet man quer durch diese Parallelen die Winckel-rechte Linie y ☉, so die Axin der Parabel geben soll; aus dieser Axi setzt man zu beyden Seiten die Weiten, so die Horizontal-Linie p q mit den Puncten w, x. &c. machet, nemlich die Weite von der Linie p q biß an w. wird aus ♂ in ☿ und z, die Weite der Linie p q biß an x wird aus ♀ in ♄ und ♃ gesetzt, und so fort, daß zuletzt die Weite o n aus ☉ in △ und ☾ gesetzt wird. Die nun abgesteckte Puncta werden zusammen gezogen, so erhält man die Parabolische Linie △ ♄ ☿ y z. ♃ ☾.

§. 578. Ein gewisser sonst geschickter Mann lehret die Parabolam biß zum Parametro mit einem Circul zu ziehen durch Aneinanderhängung dreyer Bögen; Es geschiehet aber die Aneinanderhängung nicht Geometrisch, massen die Centra der zusammen zu fügenden Bogen nicht, wie §. 565. gesagt, auf einer aus der Zusammenfügung kommenden Linie befindlich. Die gantze Structur ist in der 1. Fig. Tab. XXVII. zu sehen, allwo

Tab. XXVII. Fig. 1. in den Durchschnitten p und q die Centra zu den Bogen-Stücken g m und n h sind, welche von Rechts wegen, falls die zwey Bögen g m und n h. mit den mittelsten Bogen m e n in einem Zug fortgezogen zu seyn scheinen sollten, auf den vorbey lauffenden punctirten Linien befindlich seyn müßten.

Näher

Näher habe ich der Sache in der 2. Fig. Tab. XXVII. zu kommen gesucht: Es ist ein rechtwinckelicht Creutz e k und g h gemacht, aus f in e sind beliebige sechs Theile, ingleichen aus f in k dieselben sechs Theile gesetzt. Aus e sind in einer Weite solcher sechs Theile die Bögen o o, r r gemacht, und aus k durch e der Bogen m n gezogen. Dann sind durch k von m n die blinde Linien m q, n q noch einmahl so lang als m k, n k. gezogen. Und aus q das Bogen-Stück m g, und aus p das Bogen-Stück n h biß an die Creutz-Linien gezogen, und der Sache in der Linie g m e n h ein Genügen geschehen. §.579. Fig.2.

Man kan die Parabolam noch weiter mit Circul-Stücken continuiren, wie in der dritten Figur zu sehen, worzu aber ein Maaß-Stab von vielen Theilen Fig. 4. erfordert wird. Biß auf den Parametrum ist selbige auf der Art wie Figura 2. gezogen, welches die an beyden Orten überein treffende Littern anzeigen. Durch das Centrum p ist drauf die Linie h s 48. Theile lang, und so auch durch q die Linie g l gezogen; Aus g und h sind in einer Weite von $9\frac{1}{2}$. Theil die blinde Bögen u u, w w. und biß an diese Bögen aus l und s die Circul-Stücken g x, h y gemacht; Dann sind aus x und y durch die Centra l und s. die Linien x ♀ und y z jede 96. Theile lang gezogen. Ferner sind aus y und x in einer Weite von 12. Theilen die Bögen ♂ ♂ und ☿ ☿ gemacht, und aus z und ♀ die Circul-Stücke y ☾ und x ⊙ gezogen, so ist die Parabel so groß worden, daß die Semiordinata der Abscissæ beynahe gleich groß worden. §.580. Fig.3. Fig.4.

Wann es erfordert würde, könnte man die Parabolam noch weiter mit dem Circul continuiren nach folgender Tabelle: §.581.

Zum 1. Circul-Stück	von	6. Theilen	kommt ein Radius	von	12. Theilen.
- 2.	- -	$7\frac{1}{2}$.	- - - - - -		24. - -
- 3.	- -	$9\frac{1}{2}$.	- - - - - -		48. - -
- 4.	- -	12.	- - - - - -		96. - -
- 5.	- -	15.	- - - - - -		192. - -
- 6.	- -	$18\frac{1}{2}$.	- - - - - -		384. - -
- 7.	- -	$22\frac{1}{2}$.	- - - - - -		768. - -
- 8.	- -	27.	- - - - -		1536. - -

Nota.

Daß diese Zeichnung der wahren Parabolæ auf ein Haar gleichen solle, wird niemand verlangen, indem sie nicht aus Circul-Stücken bestehet, und jeder Punct der Fortrückung gleichsam ein neues Centrum erfordern würde. Inzwischen kommt diese Zeichnung der Parabolæ zimlich, und offt wohl noch näher, als wann sie nach dem Fundament, so §. 577. enthalten, gemacht würde, zu geschweigen, daß selbe um ein merckliches geschwinder und leichter, als nach dem Fundament, zu entwerffen. Solte also in der Architectur aufgegeben werden, die Vertieffung eines Camins nach einer Parabolischen Linie zu machen, würde darzu der Entwurff der dritten Figur im Grossen völlig hinreichlich seyn. §.582.

Wann man von feinem und trockenem Holtze, zum Exempel von Birn-Bäumen, auf der Drehe-Banck einen Conum drehen läßt, und ihn gehöriger Massen mit einer Säge zerschneidet, so kan man in den zerschnittenen Stücken vollkommen die Parabolam, Hyperbolen und Ellipsin erblicken. Macht man in jedes abgeschnittenes Stück ein paar Stiffte, und in dem andern Stücke, wo sie anpassen, zu den Stifften ein paar Löcherchens, so kan man den Conum allezeit wieder zusammen setzen, und auseinander nehmen. Hierbey aber ist zu erinnern, daß in der Zerschneidung durch die Sägen-Schnitte etwas vom Cono abgehet, daher, wann das abgeschnittene Stück wieder angesetzt wird, solches nicht mehr nette schliesset, weßwegen man messingene Bleche zwischen jeden abgeschnittenen Stücken von der Dicke, als die Sägen-Schnitte es erfordern, einleget, solche accurat, wie der Conus es haben will, abfeilet, und den Abgang, den der Sägen-Schnitt verursachet hat, dadurch ersetzet. Auch bekommet jedes Blech zwey Löcherchens, wodurch oben berührte Stiffte gehen, welche das Blech in der Zusammensetzung fest halten, daß es nicht runter schieben könne. §.583.

Dergleichen Blech dienet nachhero gar artig zu einer Norma, die Parabolam, Hyperbolen und Ellipsin darnach zu zeichnen. Tab. XXVI. Fig. 4. stellet nach der Parabolischen Zerschneidung ein abgeschnitten Conisches Stück mit den Stifften und gleich berührtem messingenen Bleche perspectivisch vor. Tab. XXVI. Fig.4.

Eine Lineam Hyperbolicam zu zeichnen.

Es wird ein Drey-Eck a b c Fig. 1. Tab. XXVIII. gemacht, so den zu zerschneidenden Conum vorstellet. Die Sections-Linie e d wird zur Axi Coni a f Parallel §.584. Tab. XXVIII. Fig.1.

gezogen. Auf die Linie e d werden beliebige Theile gesetzt, wie mit e g h der Anfang gemacht, so gegen e kleiner, als gegen d seyn können, und hier die Theilungs-Puncte heissen mögen. Aus diesen Theilungs-Puncten werden zu der Linie b c Parallelen e i, g k, h l, &c. gezogen. Von dar an, wo diese die Linie a c durchschneiden, werden Perpendicularen biß zur Horizontalen o p gezogen, welche Linie o p mit der Linie f c. Parallel lauffen, und von derselben so weit entfernet seyn muß, als die Weite f c. beträgt. Aus o werden durch alle die Puncte, welche gleich genannte Perpendicularen mit der Auftrettung anf der Linie o p machen, halbe Circul, wie die Figur zeiget, entworffen, wovon f p q der Gröste, und r s t der Kleineste ist. Dann läßt man von der Linie e i eine Perpendiculare i w. fallen, so die Axin der Hyperbolæ gibt. Auf diese Axin setzt man von Linie zu Linie, so durch solche Axin gehen, die Weiten von s biß zu dem halben Circul, wo die Linie d s solche durchschneidet, nemlich die Weite s x, wo der zweyte halbe Circul durch die Linie d s durchschnitten wird, aus y in k und z. Hernach die Weite s ✱ aus α in l und β, und so weiter, worauf man die Puncta, so die Weiten auf den Parallel-Linien gegeben, zusammen ziehet, wodurch man die Hyperbolam ☉ β z i k l ☾ erhält, wobey das oberste Stück z i k. rundlich gezogen werden muß, daß keine Ecken entstehen.

Eine Lineam Ellipticam zu zeichnen.

Fig. 2. §. 585. Es wird ein Drey-Eck a b c Fig. 2. Tab. XXVIII. gemacht, so den zu zerschneidenden Conum vorstellet; Mitten durch die Linie b c wird der Ax-Strich a n gezogen, darauf wird die Sections-Linie e d gemacht, und in gewisse Theile, so nach den Enden zu kleiner, als in der Mitte seyn können, eingetheilet. Aus den Theilungs-Puncten ziehet man zur Linie b c Parallelen, biß an a c, wovon e i die erste ist. Von dar aus, wo die Parallel-Linien die Linie a c berühren, werden blinde Perpendicular-Linien biß an die Linie k l gemacht, von welchen Perpendicularen i m die erste, und d l die letztere ist. Die Linie k l aber muß mit der Linie b c. Parallel, und von derselben so weit entfernet seyn, als n von l ist. Dann ziehet man aus dem Centro n durch alle die Puncte, wo die blinde Perpendicular-Linien die Linie k l berühret haben, halbe Circul, wovon p q m der Kleineste, und k o l der Gröste ist. Nach diesen läßt man aus allen Theilungs-Puncten Perpendicularen auf die halbe Circul fallen, dergestalt, daß die Perpendiculare aus dem ersten Theilungs-Puncte e p den innersten Circul in p. die Perpendiculare aus dem zweyten Theilungs-Puncte den zweyten Circul in ☾; Die dritte Perpendiculare aus dem dritten Theilungs-Puncte g dem dritten Circul in r berühre, und so weiter von jedem Theilungs-Puncte zu seinem zugehörigen halben Circul verfahren werde. Hierauf werden aus jedem Theilungs-Puncte noch andere blinde Linien e a, f s, g t, &c. gezogen, welche einander Parallel sind, mit der Linie e d aber rechte Winckel machen; Durch diese Linien wird die Linie u w Winckel-recht gezogen, so der Ax-Strich der Ellipsis ist. Dann wird die Weite von ☾ biß an die Linie k l aus z in x und s, die Weite von r biß an die Linie k l aus ☉ in y und t gesetzt, und auf der Art mit allen Weiten fortgefahren, wodurch man die Puncte ♃ ♂ h y x u s t ♄ ☿ ♀, &c. erhält, welche zusammen gezogen die Ellipsin geben.

Eine Cycloidem zu zeichnen.

Tab. XXXI. Fig. 3. §. 586. Die Grund-Länge a b Fig. 3. Tab. XXXI. wird in 22. gleiche Theile getheilet, und aus deren Mitte eine Perpendiculare II. c. errichtet 7. Theile hoch, so ist diese der Diameter zum Circul II. d c e, welcher ausgezogen, und von II. an auch in 22. Theile getheilet wird. Durch diese Theilungs-Puncte, nicht minder durch das Centrum o. werden zur Linie a b blinde Parallelen gezogen, und aus o werden zu jeder Seite, biß in g und f auf der mittelsten blinden Parallele 10. Theile, in der Grösse der auf der Linie a b befindlichen Theile, gesetzt, wovon die erstern mit h. i. k. l. m. n. p. q. angezeiget sind; Aus diesen Theilungs-Puncten ziehet man biß an die blinde Parallelen (wovon aber die, so durch das Centrum o gezogen, ausgenommen) Circul-Stücke in Grösse des Radii o o. und zwar

aus h biß r, aus m biß s an die Parallele 2. 2.
- i - u - n - t - - - - 3. 3.
- k - x - p - w - - - - 44.
- l - z - q - y - - - - 55.

und so weiter. Worauf die Puncte alle mit einander, so die Circul-Stücke in Berührung der blinden Parallelen machen, zusammen gezogen werden, und dadurch die Cycloidem geben.

Die

Die Cyclois oder Rade-Linie kan auch aus Circul-Stücken dergestalt zusammen gehänget werden: Die Grund-Länge der Cycloidis a b. Fig. 4. Tab. XXXI. wird in 22. Theile getheilet, und dadurch zum Maaß-Stab der gantzen Zeichnung, durch deren Mitte die Winckel-rechte Linie c o 7. Theile über, und $6\frac{1}{2}$. unter der Linie a b gezogen. Aus c macht man in einer Weite von 8. Theilen die blinde Bögen d d, e e und ziehet biß an diese blinde Bögen aus o durch c den Bogen f g. Auch hänget man f o und g o mit blinden Linien zusammen. Aus f und g macht man in einer Weite von $4\frac{1}{2}$. Theilen die blinde Bögen l l. k k. setzt aus f und g in m und n 10. Theile, und ziehet aus m und n die Circul-Stücke f g, h i. Auch hänget man h m und i n mit blinden Linien zusammen, und wo diese blinde Linien die Linie a b. durchschneiden, nemlich in p q. da sind die Centra zu den Bögen h a und i b, wodurch die gantze Cyclois fertig wird. §.587. Fig.4.

Diese Linie habe deßhalb mit in dieses Practische Werck einrucken wollen, weil sie in der Architectur zu gebrauchen, und eine schöne Lehre zu einem gedruckten Bogen bey Gewölbern abgeben kan. §.588.

Setzt man zwey Cycloides gegen einander, geben sie ein Oval, welches 22. Theile lang, und 14. breit, aber weder mit einer Ellipsi, noch mit der Tab. V. Fig. 20. entworffenen Linsen-Linie überein kommt, wann auch gleich letztere zwey nach obiger Länge und Breite proportioniret. §.589.

Eine Linie in gar viele gleiche Theile zu theilen.

In dem 105. §. ist gewiesen worden, wie eine Linie in verlangte gleiche Theile getheilet werden solle, und ist daselbst der Versuch mit 5. Theilen gemacht. Hier möchte nun wohl die Frage entstehen: Ob diese Art auch, eine Linie in gar viel Theile, zum Exempel in $114\frac{1}{2}$. Theil, zu theilen, angienge? So gebe zur Antwort: Daß daran kein Zweiffel, allein es würde eine gewaltige Menge von Parallelen geben, wovon einige aus Versehen doch wohl näher oder weiter an- oder auseinander kommen möchten, als es sich gebührte; Kürtzer und accurater davon zu kommen, verfähret man also: Wann die Linie a b. Fig. 2. Tab. XXIX. in $114\frac{1}{2}$. Theil getheilet werden soll, hänget man an selbe eine schröge Linie a c an, und setzt auf letztere nicht $114\frac{1}{2}$. Theil einzeln, sondern immer 10. Theile zusammen genommen, in beliebiger, aber nicht in unproportionirlicher Grösse, wie die Puncte 10. 20. 30. &c. auf der Linie a c. zeigen, die letztern 10. Theile, worinnen $114\frac{1}{2}$. sich befinden, das ist, von 110. biß 120. setzt man auch darzu, so ist die Linie in 12. Theile, oder in 12. Decades eingetheilet. Den letztern Theil von 110. biß 120. zertheilet man drauf in 10. einzele Theile, welches füglich geschiehet, wann man den Raum von 110. biß 120. erstlich halb theilet, und jede Helffte davon zu 5. Theilen macht, so findet sich darunter bey d $114\frac{1}{2}$. Theil. Von d ziehet man eine gerade Linie nach b. Zu dieser Linie b d ziehet man aus einer wohl-theilbaren Maasse, als etwan 80, die Parallele 80. e. so ist a e auf der Linie a b. die proportionirliche Weite zu 80. Theilen, welche man in 8. Theile eintheilet, von welchen 8. man noch 4. rauswarts setzt, biß in f, und den letzten Theil h f in 10. Theile theilet, so wird sich bey b der $114\frac{1}{2}$. Theil zeigen, und die Linie a b in $114\frac{1}{2}$. Theil getheilet seyn, a f aber einen Maaß-Stab abgeben, welcher so brauchbar seyn wird, als der Fig. 5. Tab. X. entworffene, und §. §. 194. 197. beschriebene und angewiesene Maaß-Stab ist, wovon man von den $114\frac{1}{2}$. Theilen so viel abnehmen kan, als man will, die Zahlen aber müssen zur Linie a f so eingetragen werden, wie die Figur zeiget. §.590. Tab. XXIX. Fig.2.

Man kan auch eine jedwede Linie mit Hülffe eines jeden Maaß-Staabs, vornemlich, wann er die Gestalt, wie Fig. 6. Tab. X. hat, und der Regulæ de Tri in beliebige viele Theile eintheilen, der Kürtze halber aber will davon hier nicht weiter handeln. §.591.

Einen sehr grossen Circul oder Circul-Stück ohne Circul, und ohne das Centrum zu berühren, zu machen.

Es kan sich offt zutragen, daß man grosse Circul oder Circul-Stück ziehen soll, worzu das Centrum zu nehmen nicht erlaubt, oder der Radius so groß ist, daß kein Stangen-Circul von einer solchen Länge sich gebrauchen läßt, eine Schnur aber anstatt der Stange zu nehmen, kein accurates Circul-Stück gibt, als zum Exempel, wann man in der Architectur zu einer Säule im Grossen eine Lehre geben, und die Verdünnung des Stamms nach einem Circul-Stück machen wollte, würde der Radius darzu, wann auch der Säulen-Stamm unten nur 2. Fuß dick wäre, doch auf 200. Fuß lang seyn müssen. Hierzu haben einige zwey an einem Stabe befindliche Räder angepriesen, deren eines kleiner als das andere, und an dem Stabe beweglich, §.592.

um dasselbe an das andere Rad heran, oder davon schieben, und kleinere oder grössere Circul machen zu können, der Nutzen aber davon kommt auf dem Papier besser heraus, als wann die Räder im Grossen würcklich sollen gebraucht werden. Perault ist Autor, und hat die Invention seiner Ubersetzung des Vitruvii pag. 82. 83. einverleibet, woraus viel andere, als Sturm, Bion, Leupold selbe ihren Wercken mitgetheilet.

§. 593. Mir hat die Art mit 2. nach einem stumpfen Winckel zusammen gesetzten Richt-Scheiten oder grossen Linealen, (welche zusammen gesetzt man ein stumpfes Winckel-Maaß nennen kan) grosse Circul zu ziehen, besser gefallen, wormit also verfahren wird: Wann das Circul-Stück a b c d e Fig. 2. Tab. XXXI. gezogen werden soll, und darzu drey Puncte a c e gegeben sind, oder man solche ausfündig gemacht hat, werden zwey Lineale so zusammen gemacht, wie es der Winckel a c e haben will, dann werden in a und e Stiffte eingeschlagen, oder solche werden von jemanden fest gehalten. Am Eck aber, wo die zwey Lineale zusammen treffen, wird ein Stifft, oder ein Reiß-Bley, oder gar eine Reiß-Feder befestiget. Drauf wird das stumpfe Winckel-Maaß an die zwey Stiffte a e gebracht, daß das Eck an den Stifft a rühret, und der eine Schenckel an dem andern Stifft e lieget, dann schiebet man das stumpfe Winckel-Maaß an den Stifften a e fort, biß das Eck vom stumpfen Winckel-Maaß an den Stifft e gekommen, da dann der am Eck des stumpfen Winckel-Maasses befindliche Stifft, oder das Reiß-Bley, oder die Reiß-Feder, das Circul-Stück a b c d e beschrieben hat. Beym Anfange hat das Winckel-Maaß gelegen, wie die punctirte Linien bey f a e, und zuletzt wie die punctirte Linien bey a e g zeigen. Das gantze Werck aber gründet sich auf des Euclidis 19. Theorema im 3. Buch.

Fig. 2.

§. 594. Wollte man sich nicht begnügen nur ein Circul-Stück auf diese Art zu ziehen, sondern man wäre begierig, einen gantzen Circul zu ziehen, darff man zum Stifft e nur wieder einen neuen in gehörigen Winckel, und so weit davon, als a e ist, stecken, zwischen solchen ein neues Circul-Stück ziehen, und damit immer so von neuen fortfahren, biß der gantze Circul gezogen.

§. 595. Zu erinnern ist hierbey, daß ein jeder derer Schenckel allezeit etwas länger seyn muß, als die Stiffte a e auseinander stehen.

Zugabe

Zur I. Sect. des II. Cap. im I. Theile.

§. 596. Ein Triangulum Æquicrurum wird auch Isosceles genannt.

§. 597. Ein Triangulum Obtusangulum heißt auch Ambligonium.

§. 598. Ein Triangulum Acutangulum heißt auch Oxygonium.

§. 599. Sector Circuli ist ein Stück eines Circuls a b c d. so von zweyen Radiis und den darzwischen befindlichen Bogen umgeben wird a b c d Fig. 1. Tab. XXXIII.

Tab. XXXIII. Fig. 1.

Zugabe

Zur II. Sect. des II. Cap. im I. Theile.

Einen Circul in gar viel gleich grosse Theile einzutheilen.

§. 600. Es ist zwar §. 179. gewiesen worden, einen Circul in verlangte gleiche Theile einzutheilen, so aber eben nicht von gar viel Theilen zu verstehen. Wann hingegen ein Circul in sehr viel Theile, zum Exempel in 421. zu theilen gewesen, habe ich also verfahren: Zu einer Zahl, welche in der Zahl 421. enthalten, ihr beynahe gleich groß, und sehr theilbar gewesen, so 400. seyn können, habe eine Anzahl an Gradibus gesucht, welche sich darzu, wie 360. Grad zu 421. Theile verhalten, und durch die Regul de Tri $342\frac{18}{421}$. Grad bekommen.

421 —— 360 —— 400
4 00
144000

18 (1
1792
2876 (8)
144000 } $342\frac{18}{421}$.
42111
422
4

Diese $342\frac{18}{421}$. Grad habe durch den Transporteur in den zu zertheilenden Circul getragen, nemlich ich habe zu einem halben Circul d e a Fig. 3. Tab. XXX. der 180. Grad hält, noch einen Winckel a f c von $162\frac{18}{421}$. Grad gesetzt, welche beyde zusammen $342\frac{18}{421}$. Grad machen; Worauf das grosse Segmentum c a e d in 400. Theile getheilet, als

Tab. XXX. Fig. 3.

erstlich

erstlich in 4. Theile, dann jedes Viertheil in 10. Theile, und endlich jedes Zehen-Theil in 10. Theile. Von letztern habe noch 21. Theile in das Spatium e d gesetzt, welche es eben voll gefüllet, wodurch der gantze Circul in 421. Theile getheilet worden.

Zugabe

Zur III. Sect. des II. Cap. im I. Theile.

Den Innhalt eines Trianguls a b c. Fig. 4. Tab. XXX. zu finden, wovon nur die drey Seiten bekandt.

Tab. XXX. Fig. 4.

§.601. Es ist zwar §.215. gewiesen worden, wie man den Innhalt eines Drey-Ecks finden solle, bey welchen aber allezeit zu verstehen, daß die perpendiculare Höhe gegeben, oder gemessen werden könne, ohne welche die Ausrechnung nicht vorzunehmen. Nun kan zwar auch der Perpendicul durch die Trigonometrie ausfündig gemacht werden, wann die drey Seiten bekandt sind. Wir wollen aber den Fall setzen, es wären die darzu erforderliche Tabellen nicht bey der Hand, oder man wäre der Trigonometrie nicht gewachsen; Bey solchen Umständen verfähret man also: Setzen wir die Seite a b sey 13. Fuß lang, b c sey 14, und c a 15. Fuß. So wird erstlich aller Seite Quadrate Innhalt gefunden.

ab - 13	bc - 14	ca - 15
13	14	15
39	56	75
13	14	15
169	196	225

Diesemnach ist der Innhalt vom Quadrat der Seite

ab - 169. Quadrat-Fuß.
bc - 196. - - - -
ca - 225. - - - -

Nun addiret man den Innhalt der beyden letztern Quadrate, und ziehet von deren Summa das erstere Quadrat ab

bc - 196
ca - 225
―――――
421
ab - 169
―――――
Residuum 252

Dieses Residuum gibt den Innhalt eines Oblongi, welches noch einmahl so lang, als die Seite b c, das ist 28. Fuß. Dessen Breite aber gefunden wird, wann man den Innhalt mit der Länge dividiret

1
252 } 9.
28

Ist also das Oblongum 9. Fuß breit, welches auch die Weite c f. ist; f a aber ist der Perpendicul selbst. Dessen Länge also gefunden wird, das Quadrat von 9. Füssen, so 81. macht, wird vom Quadrat der Seite c a, so 225. macht, abgezogen, und aus dem Residuo wird der Radix Quadrata ausgezogen, welche die Höhe des Perpendiculs angiebet, massen das Drey-Eck a f c ein Triangulum Rectangulum ist, und das Quadrat Hypotenusæ, oder der Seite a c ist am Innhalte so groß, als die zwey Quadrate der beyden andern Seiten, (§. 246.) ziehet man nun das Quadrat der Seite c f vom Quadrate der Hypotenusæ ab, bleibt das Quadrat der Seite a f übrig, und wann aus diesem Quadrate Radix extrahiret wird, gibt selbe die Länge der Seite oder des Perpendiculs a f.

225
81
―――――
Resid. 144   1|44 } 12. Radix a f.
1|22

Diesemnach ist a f der Perpendicul 12. Fuß lang. Ist nun dieser bekandt, und die Basis b c ist auch bekandt, so läßt sich die Ausrechnung des Innhalts nach den 215. und 216. §. §. leicht vornehmen.

Perpendicul a f 12. Fuß.
Basis b c halb 7. -

Innhalt 84. Quadrat-Fuß.

Die gantze Ausfindung der Linie a f gründet sich auf des Euclidis 12. Theorema im andern Buch.

Den Innhalt des Sectoris eines Circuls zu finden.

Fig. 1. §.602. Man rechnet den vollen Circul aus, wie in 222. und folgenden §. §. gewiesen, dann siehet man zu, wie sich des Sectoris Winckel a b c. Fig. 1. Tab. XXXIII. zu vier rechten Winckeln, oder zu 360. Grad verhält, so verhält sich auch der Innhalt des Sectoris, zum Innhalt des gantzen Circuls, welches durch die Regul de Tri zu erfahren. Setzen wir nun der Semidiameter a b, sey lang 70. Fuß, und der Winckel a b c habe 73. Grad, so wird sich die gantze Ausrechnung also zeigen.

gantzer Diameter.

7 —— 22 —— 140
22

280
28

3080

2
3080 } 440. Peripheria.
777

Halbe Peripherie 220
Semidiameter 70

Innhalt des gantzen Circuls 15400 Quadrat-Fuß.

360 Grad —— 15400 Quadrat-Fuß —— 73 Grad.
73

46200
1078

1124200

1(2
124
2480|8
112420|0 } $3122\frac{28}{36}$. Innhalt des Sectoris.
366660
333

Den Innhalt eines Segmenti Circuli auszurechnen.

Fig. 2. §.603. Man rechnet den Innhalt des Sectoris aus, wie vorhin, und ziehet den Innhalt des gerad-linichten Drey-Ecks a b c. Fig. 2. Tab. XXXIII. welches mit dem Segmento a c d den Sectorem macht, vom Innhalt des Sectoris ab, so bleibt der Innhalt des Segmenti übrig.

Setzen wir nun der Winckel a b c halte 60. Grad, der Semidiameter sey 70. Fuß, so wird die Peripherie 440. seyn, wie aus vorigen §. bekandt worden, die gantze Ausrechnung aber sich also verhalten:

Halbe Peripherie 220
Semidiameter - 70

Innhalt des gantzen Circuls 15400

360 —— 15400 —— 60
60

924000

2(2
2526
3064|4
92400|0 } $2566\frac{24}{36}$. Innhalt des Sectoris.
366660
333

Trian-

Trianguli Basis a b halb 35 Fuß.
Dessen Höhe - - 61

35
210

Innhalt des Triang. 2135 Quadrat-Fuß.

Innhalt des Sectoris	$2566\frac{24}{36}$
Innhalt des Trianguli	2135
Innhalt des Segmenti a d c.	$431\frac{24}{36}$. Quadrat-Fuß.

Den Innhalt eines Circul-Krantzes zu finden.

Es mögen die zwey Circul, so den Circul-Krantz machen, Concentrisch, wie bey A Fig. 3. Tab. XXXIII. oder Eccentrisch, wie bey B, zu sehen seyn, so wird, wann der Innhalt des kleinen Circuls vom Innhalt des grossen Circuls abgezogen wird, allezeit das Residuum den Innhalt des Circul-Krantzes geben. Setzen wir, der Diameter vom kleinen Circul c d e f sey 14. Fuß, und der Diameter vom grossen Circul g h i k sey 28. Fuß, so wird die Peripherie vom erstern 44. Fuß, und vom andern 88. Fuß seyn, die gantze Ausrechnung sich aber also zeigen: §.604. Fig.3.

Des Circuls c d e f { halbe Peripherie 22 / halber Diameter 7 }

Innhalt des kleinen Circuls c d e f 154 Quadrat-Fuß.

Des grossen Circuls g h i k { halbe Peripherie 44 / halber Diameter 14 }

	176
	44
Innhalt des grossen Circuls - -	616
Innhalt des kleinen Circuls - -	154
Innhalt des Circul-Krantzes -	462 Quadrat-Fuß.

Nota.

Den Innhalt eines Stücks von einem Circul-Krantze zu finden, wird §. 609. vorkommen. §.605.

Den Innhalt eines Circul-Stücks b e d f, welches ein anderer Circul abschneidet, oder das aus zweyen Bogen bestehet auszurechnen, Fig. 4. Tab. XXXIII.

Man rechnet den Sectorem des kleinen Circuls b a d f aus, thut darzu den Innhalt der zwey Drey-Eck b a c, d a c. so zum Sectore des grossen Circuls gehören, und mit dem Sectore des kleinen Circuls den grossen Sectorem ausmachen. Von der Summa des kleinen Sectoris und gemeldter beyder Drey-Eck ziehet man den Innhalt des grossen Sectoris b c d e a b, so bleibt der Innhalt des Circul-Stücks b e d f. übrig. §.606. Fig.4.

Setzen wir nun, der Radius a d sey lang 57 Fuß,
- - c d - - - 114 - -
und der Winckel b a d halte 144 Grad,
- - b c d - - 56 - -
so wird sich die gantze Ausrechnung also zeigen:

Radius.

7 —— 22 —— 57

22
114
114
1254

56(1 / 1254 / 777 } $179\frac{1}{7}$. halbe Peripherie.
57: Radius.

1253:
8958:

Des kleinen Circuls Innhalt 10211 Quadrat-Fuß.

360 —— 10211 —— 144
144

40844
40844
10211

1470384

(1
13|
2365|4
147038|4 } $4084\frac{144}{360}$. Innhalt des Sectoris b a d f
366660
333

Des Trianguls b a c. Basis b c.	114	Fuß
Dessen halbe Höhe - -	20	
Innhalt des Trianguls b a c -	2280	
Ingleichen des Trianguls d a c	2280	
Innhalt des Sectoris b a d f.	$4084\frac{144}{360}$	
Summa	$8644\frac{144}{360}$.	

Radius.
7 —— 22 —— 144
22

228
228

2508

45(2
2508 } $258\frac{2}{7}$. halbe Peripherie.
777 114: Radius.

1432:
358 :
35832:

Des grossen Circuls Innhalt. 40844.

360 —— 40844 —— 56
56

245064
204220

2287264

11
134(1
4203|8
228726|4 } $6353\frac{184}{360}$. Innhalt des Sectoris b c d e.
366660
333

Von obiger Summa -	$8644\frac{144}{360}$.	
Wird der Sector b c d e	$6353\frac{184}{360}$.	abgezogen.
Innhalt des Circul-Stücks b e d f.	$2290\frac{320}{360}$.	Quadrat-Fuß.

Den Innhalt einer jeden Figur, so mit Circul-Stücken umgeben, auszurechnen.

§. 607. Man ziehet die Ecken der Figur mit geraden Linien zusammen, und rechnet die gerad-linichte Figur aus, dann ziehet man die Segmenta Circuli, so die gerade Linien mit den Bögen machen, von dem Innhalt der gerad-linichten Figur ab, wann sie sich in der grad-linichten Figur befinden, oder thut die Segmenta darzu, wann sich selbe ausser der gerad-linichten Figur befinden, woraus der Innhalt der krumm-linichten Figur entstehet.

Fig. 5. Diesemnach verfahren wir bey unserm krumm-linichten Drey-Eck Fig. 5. Tab. XXXIII. welches eine auswarts gebogene Seite a i b, und zwey einwarts gebogene b h c, c g a hat, also: Die Ecken werden mit geraden Linien a b, b c, c a zusammen gezogen, so bekommen wir das gerad-linichte Drey-Eck a b c. Dessen Innhalt ausgerechnet, und darzu des Segmenti a i b Innhalt, weil solches ausser dem gerad-linichten Drey-Eck sich befindet, geleget wird. Von dieser beyder Summa aber ziehet man den Innhalt der beyden Segmentorum b h c, und a g c ab, weil sie hinein in das gerad-linichte Drey-Eck tretten, nach welchen Abzug man den Innhalt des krumm-linichten Drey-Ecks a i b h c g. übrig behält. Die gantze Rechnung verhält sich folgender Massen:

Des

Des gerad-linichten Trianguls Basis c b. 166 Fuß.
Dessen halbe Höhe - - - - 53 - -

498
830

Innhalt des gerad-linichten Drey-Ecks 8798 Quadrat-Fuß

Zum Sectore a i b d ist der Semidiameter b d 132. Fuß, und der Winckel b d a 65. Grad.

7 —— 22 —— 132
22
264
264
2904

13(6
2904 } $414\frac{6}{7}$. halbe Peripherie.
777 132: Semidiameter.

828:
1242:
414:
113:

Innhalt des Circuls zu obigem Sectore 54761

360 —— 54761 —— 65
65
273805
328566
3559465

33(1
3775
81164
3559465|5 } $9887\frac{145}{360}$. Innhalt des Sectoris a i b d.
366666
333

Des Trianguls a b d Basis b d 132 Fuß.
Dessen halbe Höhe - - 61 - -

132
792

Innhalt des Trianguli a b d 8052

Innhalt des Sectoris a i b d $9887\frac{145}{360}$.
Innhalt des Trianguls a b d 8052 abgezogen.
Innhalt des Segmenti a i b $1835\frac{145}{360}$. Quadrat-Fuß.

Zum Sectore c h b e ist der Semidiameter c e 254. Fuß, und der Winckel c e b 37. Grad.

7 —— 22 —— 254
22
508
508
5588

65(2
5588 } $798\frac{2}{7}$. halbe Peripherie.
777 254:

3192:
3990:
159672:

Innhalt des Circuls zum Sectore c h b e 202764

360 —— 202764 —— 37
37
1419348
608292
7502268

3(2
1577
1364442
7502268|8 } $20839\frac{228}{360}$. Innhalt des Sectoris c h b e.
3666666
3333

Des Trianguls c b e Basis c e 254 Fuß.
Dessen halbe Höhe - - 76 - -

1524
1778

Innhalt des Trianguls c b e 19304

Innhalt des Sectoris c h b e $20839\frac{228}{360}$.
Innhalt des Trianguls c b e 19303 abgezogen.

Innhalt des Segmenti b h c $1535\frac{228}{360}$. Quadrat-Fuß.

Zum Sectore a g c f ist der Semidiameter f c 132. Fuß, und der Winckel a f c 54. Grad.

7 —— 22 —— 132
22

264
264

2904

1 3 (6
2 9 0 4 | 414 $\frac{6}{7}$ halbe Peripherie.
7 7 7 | 132 : Semidiameter.

828 :
1242 :
414 :
113 :

Innhalt des Circuls zum Sectore a g c f 54761

360 —— 54761 —— 54
54

219044
273805

2957094

1
1 2 2
5 7 5 4 (5
2 9 5 7 0 9 | 4 } $8214\frac{54}{360}$. Innhalt des Sectoris a g c f.
3 6 6 6 6 0
3 3 3

Des Trianguli a f c. Basis f c. 132 Fuß.
Dessen halbe Höhe - - 53 - -

396
660

Innhalt des Trianguli a f c. 6996

Innhalt des Sectoris a g c f $8214\frac{54}{360}$.
Innhalt des Trianguli a f c. 6996 abgezogen.

Innhalt des Segmenti a g c $1218\frac{54}{360}$. Quadrat-Fuß.

Innhalt des Segmenti b h c. - - $1535\frac{228}{360}$.
Innhalt des Segmenti a g c - - $1218\frac{54}{360}$.

Summa des Innhalts der beyden Segmentorum b h c, a g c. $2753\frac{282}{360}$.

Innhalt des gerad-linichten Drey-Ecks a b c. 8798.
Innhalt des Segmenti a i b - - - $1835\frac{145}{360}$.

Summa dieser zweyen Stücken - - - $10633\frac{145}{360}$.
Davon wird abgezogen der Innhalt der beyden Segmentorum b h c, a g c. $2753\frac{282}{360}$.

Innhalt der krumm-linichten Figur a i b h c g $7879\frac{223}{360}$.

Nota.

§. 608. Wie allhier mit der dreyseitigen Figur verfahren worden, so hält man es auch mit mehrseitigen.

Den

Den Innhalt eines Stückes von einem Circul-Krantz zu finden, Fig. 6. 7. 8.

Hier ist ein Unterscheid zu machen, wannn das Stück des Circul-Krantzes aus Concentrischen Circul-Stücken bestehet, und die Abschnitte der beyden Enden-Stücke von Radiis sind, und wann die Abschnitte nicht so, und wohl noch darzu das Stück des Circul-Krantzes aus Eccentrischen Circul-Stücken bestehet. §.609.

Bey der ersten Art, wovon Fig. 6. Tab. XXXIII. ein Beyspiel abgibt, verfähret man also. Man siehet anfänglich das Stück des Circul-Krantzes, als einen gantzen Circul-Krantz an, und rechnet desselben Innhalt aus, wie Paragrapho 604. gewiesen; Setzen wir, der gantze Circul-Krantz mache 462. Fuß. Dann siehet man zu, wie viel Grad das Stück des Circul-Krantzes b f g o mache; Setzen wir, es halte 300. Grad. Wie sich nun 360. Grad zu 300. Grad verhalten, so verhält sich der Innhalt des gantzen Krantzes von 462. Fuß zum Innhalt des Stücks des Circul-Krantzes, welches durch die Regul de Tri folgender massen raus zu bringen: §.610. Fig.6.

360————300————462
300
138600

1
363
408
138600 } 385. Innhalt des Stücks des Circul-Krantzes.
36000
33

Bey der andern Art, wovon Fig. 7. Tab. XXXIII. Beyspiele geben, verfähret man, wie im 606. §. gewiesen, nemlich man ziehet die Ecken a b c d Fig. 7. mit geraden Linien zusammen, rechnet die gerad-linichte Figur aus, ziehet das Segmentum d e c, so hinein tritt, davon ab, hingegen thut man das Segmentum a b f darzu, welches ausser der gerad-linichten Figur befindlich. Wann von dem vollen Krantze nicht viel fehlet, wie Fig. 8., rechnet man den vollen Krantz nach dem 604. §. aus, und ziehet davon das Stück o p q r ab, welches so ausgerechnet wird, wie Fig. 5. da dann das Residuum den Innhalt des Stücks vom Circul-Krantze p q s r o t gibt. §.611. Fig.7. Fig.8.

Den Innhalt einer Linsen-Fläche zu finden, Fig. 5. Tab. XXXII. Tab. XXXII. Fig.5.

Man rechnet die Sectores c a d, f b g, c b f, d i g aus, und bringt sie in eine Summa, von welcher der Innhalt des Rhombi b h i a abgezogen wird, da dann das Residuum den flächen Innhalt gibt, den die Linsen-Linie umschliesset. §.612.

Den Innhalt einer Elliptischen Fläche Fig. 9. Tab. XXXIII. zu finden. Fig.9.

Hierzu gibt Archimedes folgende Anweisung: Zwischen dem langen Diameter a b, und dem kurtzen c d wird eine Mittel-proportionirliche Linie e f gefunden, welche sich zu c d so verhält, wie sich a b zu der Mittel-proportionirlichen verhält. Diese Mittel-proportionirliche nun ist der Diameter zu einem Circul, welcher mit der Ellipsi gleichen Innhalt hat. Die Mittel-proportionirliche aber wird also gefunden: Der lange Diameter wird mit dem kurtzen multipliciret, und aus deren Summa wird der Radix extrahiret, so gibt solcher die Mittel-proportionirliche ab. Oder nach Geometrischer Art werden die zwey Linien a b, c d in gerader Linie aneinander gehencket, wie a c d. Fig. 10. zeiget, darauf wird die gantze Länge in e in zwey Theile getheilet, aus e der halbe Circul, und biß an diesen, aus dem c, eine Winckel-rechte Linie c f gezogen, so ist c f. die Mittel-Proportionirliche. §.613. Fig. 10.

Die gantze Ausrechnung, wann auch die Mittel-proportionirliche Arithmetice gefunden wird, verhält sich also:

Der grosse Diameter	a b.	- -	2800
Der kleine Diameter	c d	- -	2 000
Summa		- -	5600000

(2
36|0
3702|4
1|41|44|8|4
5|60|00|0 0 } 2366. Diameter e f. oder Mittel-proportionirliche.
4|43|66|2 6
4|47

7 —— 22 —— 2366
22
4732
4732
52052

1 2 4
5 2 0 5 2 } 7436. Periph. davon ein Vierthel 1859
7 7 7 7 Diameter - - 2366

11154
11154
5577
3718

Innhalt des Circuls, wie auch der Elliptischen Fläche 4398394

Zugabe

Zur IV. Sect. des II. Cap. im I. Theile.

Zwey Oblonga oder Parallelogramma, worzu die Latera a b, c d, und e f, g h gegeben sind, in ein Parallelogrammum, worzu eine Seite i k gegeben, zu verwandeln, Fig. 2. Tab. XXXIII.

Fig. 2.

§. 614. Aus den dreyen Längen c d, g h, i k wird ein Triangulum l m n gemacht, daß die Länge i k Basis werde. An die zwey Schenckel werden die Parallelogramma, worzu die Breiten sowohl, als die Längen gegeben, angesetzt wie l o p m und l q r n zeigen, die obere Seiten p o, q r werden hinaufwärts continuirt, daß sie einander in s durchschneiden. Von s wird durch die Spitze des Trianguls l die Linie s t gezogen; Zu dieser Linie s t werden aus m und n Parallelen m u, n w gezogen, biß sie die Linien p o in u und q r in w berühren, drauf werden die Puncte u w zusammen gezogen, so geben u w m n das verlangte Parallelogrammum, worinn die zwey Parallelogramma l o p m, l q r n stecken. Massen das Triangulum p u m dem Triangulo s o l gleich groß, da alle Linien zusammen Parallel und gleich lang sind, nimmt man ersteres dem Parallelogrammo l o p m weg, und gibt ihm davor letzteres, so verlieret es nichts, bekommt aber die Gestalt eines Rhomboidis l s u m. welcher so groß, als der Rhomboides oder Parallelogrammum t x u m, weil sie gleiche Bases und Höhe haben; Auf der Art gleicht das Drey-Eck w n r dem Drey-Eck s l q, nimmt man nun ersteres dem Parallelogrammo l q r n weg, und gibt ihm letzteres davor wieder, verliert es nichts, bekommt aber die Gestalt des Rhomboidis l s w n, und dieser Rhomboides ist gleich dem Rhomboidi t x w n, weil sie einerley Bases und Höhe haben. Und also machen die beyden Parallelogramma l o p m, l q r n, das Parallelogrammum u w m n eben voll, welches, wann man es als ein Rectangulum haben will, durch die Perpendicularen n y m z auch leicht darzu machen kan.

Einen Circul durch Hülffe der Arithmetic vergrössern und verkleinern.

§. 615. Im 255. §. ist gesagt, wann der Radix eines Quadrats 23, und der Diameter eines Circuls 26. Theile groß, daß beyder Innhalt einander beynahe gleich wäre; Solcher Gleichheit wird noch näher getretten, wann statt gedachter Proportionen der 23. zu 26. Theilen, 47. zu 53. genommen werden. Durch Hülffe dieser Proportionen läßt sich nun ein Circul in allerhand Theile, so auch Circul sind, zertheilen, wann man den Innhalt eines gegebenen Circuls mit der Theilungs-Zahl dividiret, aus dem Product Radicem extrahiret, und aus diesem Radice den Diameter nimmt, daß sich letzterer zu erstern verhalte wie 53. zu 47. so durch die Regul de Tri leicht zu haben. Zum Exempel, ein Circul, dessen Innhalt 5544. Quadrat-Fuß wäre, sollte in sechs Theile getheilet werden, daß jeder Theil ein Circul wäre, wird der Diameter, laut folgender Ausrechnung, zu einem Sechs-Theil-Circul, $34\frac{66}{235}$. Fuß betragen.

1 2
5 5 4 4 } 924. Innhalt eines Sechs-Theil-Circuls.
6 6 6

9|24
9|60 } $30\frac{2}{5}$. Radix.

47 —— 53 —— $30\frac{2}{5}$
53:
90:
$1501\frac{1}{5}$
2
$1611\frac{1}{5}$

(1
2 4
4 0 | 3
1 6 1 1 | $\frac{1}{5}$ } $34\frac{66}{235}$. Diameter eines Sechs-Theil-Circuls.
4 7 7
4

Soll-

Sollte ein Circul etliche mahl vergrössert werden, so wird dessen Innhalt mit der Zahl der Vergrösserung multiplicirt; Aus dem Product wird der Radix extrahirt, und aus diesem die Länge des Diametri durch Hülffe der Proportion 47. zu 53. gefunden, wie gleich geschehen ist. §.616.

Zugabe

Zur III. Sect. des III. Cap. im I. Theile.

Bey einer Pyramide truncata, die Höhe, welche sie haben würde, wann sie gantz wäre, Arithmetice zu finden.

Man stellet sich die Pyramide als durchschnitten vor, Fig. 12. Tab. XXXIII. ziehet die obere Breite c d von der untern a b ab, misset auch die Höhe x t, und sucht zu a b die Höhe x a, welche sich zu a b so verhält, wie x t zum Residuo, welches nach Abzug der obern Breite von der untern geblieben. Setzen wir nun c d 4. Fuß, a b 6. Fuß, x t. 10. Fuß, so wird das Residuum 2. und die Höhe x h. 10. Fuß seyn, wie folgende Rechnung zeiget: §.617. Fig. 12.

ab - 6 Fuß
cd - 4 -
Residuum 2. Fuß

Resid. xt ab
2———10———6
10
60

60/2 | 30. Fuß x h.

Den Innhalt eines Cylinders zu finden, wann dessen Enden schröge abgeschnitten sind, Fig. 13. Tab. XXXIII.

Fig. 13.

Man rechnet den Innhalt eines Circuls aus, dessen Diameter der Dicke des Cylinders a b gleich kommt, und multiplicirt dessen Innhalt mit dem Ax-Strich des Cylinders c d, so kommt der Cubic-Innhalt des schröge abgeschnittenen Cylinders raus, massen das Stück c e f dem Stück c g h, und das Stück d i k so groß, als d l m. Sollte nun c e f abgenommen und in c g h, d i k aber in d l m geleget werden, würde ein ordentlicher Cylindrus f h m k mit Winckel-rechten Basibus aus dem schröge abgeschnittenen e g l i. Wie nun ein solcher ordentlicher Cylinder §.313. auszurechnen gewiesen worden, so habe auch hier mit dem schröge abgeschnittenen zu verfahren gelehret. §.618.

Den Innhalt eines Prismatis, so aus geraden, als 4, 6, 8, 10, rc. nach einerley Winckel zusammen gesetzten Seiten bestehet, und schröge abgeschnitten ist, zu finden, Fig. 14. Tab. XXXIII.

Fig. 14.

Man stellet sich einen Winckel-rechten Durchschnitt des Prismatis vor, so allhier das reguliere Acht-Eck a. seyn würde, rechnet dessen Quadrat-Innhalt aus, wie §.225. gelehret, und multiplicirt solchen mit der Mittel-Linie b c, so gibt solches den Cubic-Innhalt des schröge abgeschnittenen Cörpers, indem, wann man das Stück b i h in b k l, und das Stück c d e in c f g legte, man ein ordentliches Prisma bekäme, das ein solches Acht-Eck, wie a ist, zu Basibus, und die Höhe b c bekäme, welches eben so auszurechnen, wie dieses schröge abgeschnittene auszurechnen gewiesen worden. §.619.

Den Innhalt eines Cylindroidis von Elliptischen Basibus, oder dessen Bases Linsen-Flächen wären, auszurechnen, Fig. 15. Tab. XXXIII.

Fig. 15.

Man rechnet die Grund-Fläche, sie bestehet aus Elliptischer oder Linsen-Fläche, dergestalt aus, wie §. §. 612. 613. gewiesen worden, und multipliciret solche mit der Höhe a b, so erhält man den Cubic-Innhalt des Cylindroidis. §.620.

Wäre dergleichen Cylindroides mit schrögen Enden Fig. 16. Tab. XXXIII., stellet man sich einen Winckel-rechten Durchschnitt vor a b, rechnet dessen Quadrat-Innhalt aus, und multipliciret ihn mit der Mittel-Linie c d, so erhält man den Cubic-Innhalt des schröge abgeschnittenen Cylindroidis. Welches abzuleiten aus der Ausrechnung des schröge abgeschnittenen Cylinders §.618. §.621. Fig. 16.

Den Innhalt der äussern Fläche eines Coni zu finden.

Die äussere Fläche ohne Basi ist allezeit ein Sector Circuli a b d e, Fig. 4. Tab. XXVIII., dessen Radius die Seite des Coni a b ist, der Centri-Winckel aber läßt §.622. Fig. 4. Tab. XXVIII.

 sich

sich finden aus der Verhaltung der Seite a b zum Radio c b. nemlich, wie sich die Länge der Seite a b zum Radio der Grund-Fläche c b verhält, so verhalten sich 360. Grad zum Centri-Winckel des Sectoris b a e. Setzen wir nun a b sey 168, und c b 42. Fuß lang, so bekommen wir durch die Regul de Tri zum Centri-Winckel 90. Grad.

168' ——— 42' ——— 360°
42
720
144
15120

64
15120
1688
16
} 90°. Centri-Winckel e a b.

Ist nun des Sectoris Radius und dessen Centri-Winckel bekandt, so ist auch die Ausrechnung nach dem §. 602. leicht vorzunehmen, und der Quadrat-Innhalt der äussern Fläche eines Coni zu finden.

Den Innhalt eines Conoidis, welcher eine Ellipsin zur Basi hat, die Seiten aber gerade in eine Spitze schiessen läßt, zu finden.

§. 623. Der Flächen-Innhalt der Ellipsis mit dem dritten Theil der Höhe des Conoidis multipliciret, gibt den Cubic-Innhalt des Conoidis. Wie aber der Flächen-Innhalt der Ellipsis zu finden, zeiget der 613. §.

Fig. 3. Tab. XXVIII.

Den Innhalt eines unten schröge abgeschnittenen Coni Fig. 3. Tab. XXVIII. f a b zu finden.

§. 624. Wann der Schnitt eines Coni schräge durch die Axin gehet, und eine Spitze des Coni dadurch abgeschnitten, wird in dem Schnitte eine Ellipsis gebildet, wie §. 546. bereits gesaget worden. Unser Conus nun ist eine solche abgeschnittene Spitze vom Cono f k l, also ist die Basis oder Grund-Fläche des Coni f a b eine Ellipsis, und wird aus dem Cono f a b gleichsam ein solcher Conoides, als §. 623. einer vorgestellet ist. In gleich gedachtem §. 623. ist auch bekandt gemacht, wie der Cubic-Innhalt eines Conoidis von dergleichen Art zu finden: Die Höhe aber des Coni f a b ist nicht nach der Axi zu nehmen, sondern sie nur Perpendiculair zur Elliptischen Grund-Fläche a b seye, wie f e zeiget. Die Maassen der Elliptischen Grund-Fläche, bey einem Orthographischen Vorriß, wie Fig. 3. ist, zu bekommen, möchte wohl Schwürigkeiten zu machen scheinen, sie sollen sich aber bald geben, dann der Schnitt b a zeiget den langen Diameter der Ellipsis an, und den kurtzen Diameter derselben findet man also: Man theile die Linie a b in i in zwey gleiche Theile, ziehe durch i zur Axi f g die Winckel-rechte Linie h g, und mache aus g durch h den halben Circul m h n, auch ziehe man zur Axi f m durch i eine Parallele, daß sie den halben Circul in c d berühre, so ist c d der kurtze Diameter. Wann nun diese Maassen alle zusammen zu bekommen, ist der Cubic-Innhalt leicht raus zu bringen. Setzen wir nun:

Der lange Diameter	a b	sey	172 Zoll
- - kurtze Diameter	c d	-	116 - -
Die Höhe f e	-	-	69 - -

So wird sich die gantze Rechnung also verhalten:

a b 172
c d 116
1032
172
172
19952

1
1|13|71
1|99|52
1|24|81
|2|
} 141¼. Mittel-proportionirliche Linie oder Diameter des auszurechnenden Circuls.

7 ——— 22 ——— 141¼. Diameter.
22 :
282 :
2825½ :
3107½

326
31047|½
777
} 443 $\frac{15}{14}$. Peripherie.

141¼ : Diameter.
443 : :
17721 : :
4434
2 $\frac{51}{56}$
62704 $\frac{51}{56}$

2 32($\frac{51}{56}$
62770 4
44444 4
} 15676 $\frac{51}{224}$. Innhalt des Circuls.

15676 $\frac{51}{224}$. Quadrat-Zoll, Innhalt des Circuls, so der Elliptischen Grund-Fläche gleich.

23 ∴ Der dritte Theil der Höhe f e.

47028 :

313525 $\frac{53}{224}$:

360553 $\frac{53}{224}$. Cubic-Zoll, Innhalt des unten schröge abgeschnittenen Coni f a b.

Sollte der oberwarts schröge abgeschnittene Conus e a k l. dem Innhalte nach ausgerechnet werden, suchet man erst den Innhalt des Coni f k l, ziehet davon den Innhalt des Coni f a b. ab, so gibt das Residuum den Innhalt des oberwarts schröge abgeschnittenen Coni e a k l. §.625.

Den Innhalt eines Gewölbe-Bogens auszurechnen, Fig. 17. 18. 19. Tab. XXXIII.

Die Gewölbe-Bogens sind unterschiedlich, theils bestehen sie aus halben Circuln, wie Fig. 17. theils aus einem Circul-Stücke, wie Fig. 18. theils aus einem gedruckten Bogen, wie Fig. 19. zeiget. Letztere sind entweder aus Circul-Stücken zusammen gesetzt, wie eben Fig. 19. oder nach einer Elliptischen, Cycloidischen, oder andern dergleichen Linien gebildet. Das gantze Werck der Ausrechnung eines derer hier berührten Gewölbe-Bögen kommt darauf an, daß man die vordere Fläche, oder Stirne des Bogens dem Quadrat-Innhalt nach ausrechne, und mit derselben Product die Länge des Bogens multiplicire. Die Stirnen aller hier entworffenen Bögen sind Stücken von Circul-Kräntzen, wie nun solche auszurechnen, ist §. §. 609. 610. gewiesen. Sollte auch das Stück des Circul-Krantzes nicht aus Concentrischen Linien bestehen, sondern der Gewölbe-Bogen an den Enden, wo er auf dem Wieder-Bogen aufruhet, dicker seyn, so ist im 111. §. schon gelehret, wie dergleichen Stück vom Circul-Krantz auszurechnen. Und wann der Bogen aus Elliptischen Linien gebildet, wird die Ausrechnung der Stirne grösten Theils aus 613. §. zu nehmen seyn, da man die Länge und Höhe der äussern und innern Ellipsis misset, und daraus, wann die innere von der äussern abgezogen, den Innhalt findet. Wäre eine Cyclois zum Bogen genommen, tritt solche gewissen Circul-Stücken gantz nahe, wie dann Fig. 19. nicht gar viel von der Cycloide abweichet, so ist die Ausrechnung Stück-weise vorzunehmen, wie sich bald zeigen soll. Alle Bögen, so in der 17. 18. 19. Figur enthalten, hier auszurechnen, halte vor zu weitläufftig, und glaube der Sachen ein Genügen zu thun, wann nur den gedruckten Bogen Fig. 19. ausrechne, massen, wann man diesen ausrechnen kan, man auch wissen wird, wie die erstere auszurechnen sind. Es verhält sich aber sothane Rechnung, bey welcher auch die Wieder-Lagen, oder die Stücke-Mauern, worauf der Gewölbe-Bogen stehet, mit genommen, also: §.626. Fig. 17. Fig. 18. Fig. 19.

Der Radius	c d	ist lang	32 ′″
- -	c e	- -	56
- -	b f	- -	70
- -	b g	- -	94
- -	a h	- -	138
- -	a i	- -	162
Der Winckel	d c f	hält	28 Grad.
- -	f b h	-	37 - -
- -	h a k	-	50 - -

§.627.

Des Trapezii d t u w obere Breite ist 32 ′″ lang
- - - - untere Breite ist 43 -
- - - - Höhe u d - 76 -

Des Bogens gantze Länge f. z. beträgt 16. Fuß.

7 —— 22 —— 32 Radius c d

22

64

64

704

⌿⌀4 ⎫ 100 $\frac{4}{7}$. halbe Peripherie.
⌿⌿⌿ ⎭ 32 ∴ Radius c d.

3200 :

18 $\frac{2}{7}$:

3218 $\frac{2}{7}$ Innhalt des gantzen Circuls.

360 —— $3218\frac{2}{7}$ —— 28 Winckel d c f
28 :
25744 :
64368 .. :
90112

11
38
00(112 } $250\frac{112}{360}$. Innhalt des Sectoris c d f.
36660
33

7 —— 22 —— 56 Radius c e.
22
112
112
1232

54
1232 } 176 halbe Peripherie.
777 } 56 Radius c e.
1056
880
9856 Innhalt des gantzen Circuls.

360 —— 9856 —— 28 Winckel d c f oder g c e.
28
78848
19712
275968

2(2
255
0330
275908 } $766\frac{208}{360}$. Innhalt des Sectoris e c g.
36660 } $250\frac{112}{360}$. Innhalt des Sectoris c d f.
33
$516\frac{96}{360}$. Innhalt des Stück Circul-Krantzes e d f g.

7 —— 22 —— 70 Radius b f
70
1540

1
1540 } 220 halbe Peripherie.
777 } 70 Radius b f.
15400 Innhalt des gantzen Circuls.

360 —— 15400 —— 37 Winckel f b h.
37
107800
462
569800

2(2
514
20558
569808|0 } $1582\frac{280}{360}$. Innhalt des Sectoris h b f.
366660
333

7 —— 22 —— 94 Radius b g.
22
188
188
2068

03(3
2068 } $295\frac{3}{7}$. halbe Peripherie.
777 } 94 :
1180 :
2655 :
$40\frac{2}{7}$:
$27770\frac{2}{7}$. Innhalt des gantzen Circuls.

360 —— $27770\frac{2}{7}$ —— 37 Winckel f b h oder g b i.

37 ·

194390 ·

$83311 0\frac{6}{7}$ ·

$1027500\frac{6}{7}$

11
264
40036(6
1027750 | $0\frac{6}{7}$
366660
333

$2854\frac{424}{2520}$. Innhalt des Sectoris g b i.

$1582\frac{280}{360}$. Innhalt des Sectoris h b f.

$1271\frac{984}{2520}$. Innhalt des Stück Circul-Krantzes f g h i.

7 —— 22 —— 138 Radius a h.

22

276

276

3036

22(5
3036
777

$433\frac{5}{7}$. halbe Peripherie.

138 ·

3464 ·

1299 :

$43398\frac{4}{7}$ · ·

$59852\frac{4}{7}$. Innhalt des gantzen Circuls.

360 —— $59852\frac{4}{7}$ —— 50 Winckel h a k.

50 ·

2992600 ·

$28\frac{4}{7}$ ·

$2992628\frac{4}{7}$

(3
1114
5140 | 0
2992627 | $8\frac{4}{7}$
366660
333

$8312\frac{2160}{2520}$. Innhalt des Sectoris h a k.

7 —— 22 —— 162 Radius a i.

22

324

324

3564

(1
3564
777

$509\frac{1}{7}$

162 ·

1018 ·

3054 ·

$50923\frac{1}{7}$ ·

$82481\frac{1}{7}$. Innhalt des gantzen Circuls.

360 —— $82481\frac{1}{7}$ —— 50 der Winckel h a k oder i a l.

50 ·

4124050 ·

$7\frac{1}{7}$ ·

$4124057\frac{1}{7}$

122
245(2
15605
4124 0 | $57\frac{1}{7}$
3666660
3333

$11455\frac{1800}{2520}$. Innhalt des Sectoris i a l.

$8312\frac{2160}{2520}$. Innhalt des Sectoris h a k.

$3142\frac{2160}{2520}$. Innhalt des Stück Circul-Krantzes h i k l.

Des Trapezii d t u w obere und untere Breite zusammen, 75

die Helffte der Höhe a d 38

600

225

2850 Innhalt des Trapezii d t u w.

Das Stück des Circul-Krantzes e d f g hält	516 $\frac{86}{360}$.
So viel hält auch das Stück o p n m -	516 $\frac{86}{360}$.
Das Stück f g h i - - -	1271 $\frac{984}{2520}$.
So viel hält auch das Stück n m l k -	1271 $\frac{984}{2520}$.
Das Stück h i k l - - -	3142 $\frac{2160}{2520}$.
Das Trapezium d t u w - -	2850
So viel hält auch das Trapezium p q r s	2850
Innhalt der gantzen vordern Fläche	12418 $\frac{292}{2520}$.
Des Bogens Länge f z - -	16
	74508
	124181 $\frac{2152}{2520}$.
Innhalt des Gewölbe-Bogens mit den Wieder-Lagen - -	198′|689″ $\frac{2152}{2520}$.

Den Innhalt einer Grund-Mauer unter einem Gebäude auszurechnen.

§.628. Die Grund-Maueren pflegen gemeiniglich unten breiter, als oben zu seyn, und dadurch eine mühsame Ausrechnung zu verursachen. Wann sie von unten biß oben gleich dicke sind, ist die Ausrechnung nicht so schwer, indem man aller Maueren obern Flächen-Innhalt mit der Höhe nur zu multipliciren, und wie mit einem Prismate oder Parallelepipedo zu verfahren hat. Wann die Grund-Maueren unten zwar breiter als oben, allein Stuffen-weiß absetzen, ist die Ausrechnung noch nicht so gar schwer, weil sie nur als eine Vervielfältigung einer Prismatischen Ausrechnung anzusehen, indem die Grund-Mauer, als so viel Prismata, wie viel Absätze sind anzunehmen, welche besonders ausgerechnet, und nachhero zusammen geschlagen werden. Wann aber die Abnahme der Dicken nicht Stuffen-weiß, sondern nach einer geraden Linie geschiehet, alsdann ist es etwas schwerer, doch aber, vor einen, der sich gute Begriffe von Cörpern machen kan, nicht so gar schwer, indem die gantze Mauer zergliedert, und zu solchen Stücken gebracht wird, welche sich gut ausrechnen lassen. Diese Sache verlohnet wohl die Mühe, ein wenig ausführlich davon zu handeln, vornemlich ist sie denen zu wissen nöthig, welche sich in der Bau-Kunst üben, und den Anschlag zu einem Gemäuere machen wollen; Ich will dannenhero dreyerley Grund-Gemäuere, als: 1.) Solches, so gleich dicke ist; 2.) Solches, so unten breiter als oben, und Stuffen-weiß in der Breite abnimmt; 3.) Solches, so unten breiter als oben, aber nach einer geraden schrögen Linie abnimmt, auszurechnen ausführlich anzeigen, worzu die drey erste Figuren der XXXIV. Tabelle, als Grund-Risse, dienen sollen.

Tab. XXXIV. Fig. 1.

Eine Grund-Mauer Fig. 1. Tab. XXXIV. welche gleich dicke ist dem Innhalt nach, auszurechnen.

§.629. Man zertheilet die obere Fläche in lauter Parallelogramma, rechnet diese aus, schläget die zusammen, und multiplicirt derselben Flächen-Innhalt mit der Höhe der Mauer, so bekommt man den Cubic-Innhalt der vollen Mauer, wie folgende Rechnung zeiget:

Das Oblongum	ist lang, ′	breit, ′	gibt an Quadrat-Füssen.
a b c d	52	2	104
e f g h	52	2	104
⊙ b ☾ e	32	2	64
♂ d ☿ g	32	2	64
i k l m	32	2	64
n o p q	32	2	64
r s t u	15	2	30
w x y z	15	2	30

Summa der obern Flächen-Innhalt -	524 Quadrat-Fuß.
Der Mauer-Höhe - -	4 Fuß.
Der gantzen Grund-Mauer Cörperlicher Innhalt - -	2096 Cubic-Fuß.

Fig. 2.

Einer Grund-Mauer, welche Stuffen-weiß unten breiter als oben, Innhalt zu finden, Fig. 2. Tab. XXXIV.

§.630. Man siehet die Grund-Mauer, da sie drey Absätze hat, wie der Durchschnitt bey A solches zeiget, und auch aus dem Grund-Riß zu beurtheilen ist, als drey Grund-

Grund-Maueren an, rechnet eine jede einzeln auf der Art aus, als im vorstehenden §. angezeiget, und schlägt deren Innhalt nachhero zusammen, wie folgende Tabellen-Rechnung zeiget:

Das Oblongum im untersten Absatz,	ist lang,	breit,	gibt an Quadrat-Füssen.
a b c d -	55	5	- 275
e f g h -	55	5	- 275
☉ b ☾ e -	29	5	- 145
♂ d ☿ g -	29	5	- 145
i k l m -	29	5	- 145
n o p q -	29	5	- 145
r s t u	12	5	- 60
w x y z.	12	5	- 60

Summa der obern Flächen Innhalt - - 1250
Der Mauer Höhe - - - - 2
Des obern Absatzes Cörperlicher Innhalt - 2500

Das Oblongum im mittelsten Absatz befindlich über dem Oblongo,	ist lang,	breit,	gibt an Quadrat-Füssen.
a b c d -	54	4	- 216
e f g h -	54	4	- 216
☉ b ☾ e -	30	4	- 120
♂ d ☿ g -	30	4	- 120
i k l m -	30	4	- 120
n o p q -	30	4	- 120
r s t u -	13	4	- 52
w x y z. -	13	4	- 52

Summa der obern Flächen Innhalt - 1016 Quadrat-Fuß.
Der Mauer Höhe - - - 2 Fuß.
Des mittlern Absatzes Cörperlicher Innhalt 2032 Cubic-Fuß.

Das Oblongum im obersten Absatz,	ist lang,	breit,	gibt an Quadrat-Füssen.
1. 2. 3. 4. -	53	3	- 159
5. 6. 7. 8. -	53	3	- 159
9. 10. 11. 12.	31	3	- 93
13. 14. 15. 16.	31	3	- 93
2. 25. 5. 26. -	31	3	- 93
4. 27. 7. 28. -	31	3	- 93
17. 18. 19. 20.	14	3	- 42
21. 22. 23. 24.	14	3	- 42

Summa der obern Flächen Innhalt - 774 Quadrat-Fuß.
Der Mauer Höhe - - - 2 Fuß.

Des obern Absatzes Cörperlicher Innhalt 1548 Cubic-Fuß.
Des mittlern Absatzes - - 2032 - -
Des untersten Absatzes - - 2500 - -

Der gantzen Grund-Mauer Cörperlicher Innhalt - - 6080 Cubic-Fuß.

Den Innhalt einer Grund-Mauer, welche nach einer geraden schrögen Linie unterwarts in der Breite zunimmt, und Fig. 3. Tab. XXX. im Grund-Riß entworffen auszurechnen.

§.631. Die gantze Grund-Mauer muß zergliedert, und in solche Stücke verwandelt werden, welche sich füglich ausrechnen lassen, daher wir dieselbe zu Prismatibus und Pyramiden, theils gantzen, theils abgekürtzten, machen, welche sich insgesamt wohl ausrechnen lassen. Um die Sache deutlicher zu machen, habe ein blosses Eck von sothaner Grund-Mauer Fig. 1. Tab. XXXV. einiger massen perspectivisch bey A entworffen. Bey B aber ist dergleichen Eck als durchsichtig mit der Zergliederung vorgestellet. Und C. D. E. F. G. H. I. K. L. zeigen jedes zergliedertes Stück besonders, welche mit überein kommenden kleinen Littern in dem durchsichtigen Cörper B auch angedeu- (Fig. 1. Tab. XXXV.)

gedeutet sind. Diese einzele Stück nun lassen sich ausrechnen, da man die Maassen darzu aus dem Fig. 2. Tab. XXXV. entworffenen Grund-Riß, und aus dem Fig. 3. enthaltenen Auf-Riß, abnehmen kan; nemlich des Prismatis C Basis, oder die Seite 1. 2. 3. 4. ist in dem Auf-Riß Fig. 3. bey m n o p die Länge 4. 5. in dem Grund-Riß Fig. 2. bey q r. zu haben. Die Pyramiden D. F. H. K. sind alle von einerley Grösse, und haben alle einerley Bases und Höhen. Ihre Bases sind die Seiten, so an die Keile oder Prismata E I anschliessen. (Diese Prismata E I sollen hier allezeit die Keile E. I. genennet werden,) und solche Bases sind aus dem Auf-Riß Fig. 3. bey n s o abzunehmen, der Pyramiden Höhe aber gibt der Grund-Riß Fig. 2. mit t w. Die Keile Basis ist gleich der Basi einer Pyramiden, also haben wir sie im Auf-Risse bey n s o; Ihre Länge aber gibt der Grund-Riß Fig. 2. mit u t. Der abgekürtzten Pyramide G obere und untere Fläche bekommt man aus dem Grund-Riß Fig. 2. in den Quadraten w q x y, und b c z a. ihre Höhe aber ist die Höhe der Mauer. Setzen wir nun bey Ausrechnung des Prismatis C. der Basis, oder des Trapezii obere Länge 1. 2. sey 3. Fuß, die untere Länge 4. 3. sey 5. Fuß 4. Zoll, (ich verstehe hier Geometrische Zoll, deren 10 auf 1. Fuß gehen) oder welches eben das ist, m n. Fig. 3. sey 3. Fuß, und p o sey 5. Fuß 4. Zoll. Die Höhe des Trapezii sey 8. Fuß, und die Länge des Prismatis bey 4. 5. oder bey q r. Fig. 2. sey 7. Fuß, so wird die Ausrechnung dieses Stück folgende seyn:

Des Trapezii obere Länge m n	-	$\overset{\prime\prime}{30}$
- - untere Länge p o	-	54
		84 hievon die Helffte
ist Linea Intermedia	-	42
Des Trapezii Höhe . -	-	$\overset{\prime\prime}{80}$
Innhalt des Trapezii -	-	3360
Des Prismatis Länge -	-	$\overset{\prime\prime\prime}{70}$
Innhalt des Prismatis -	-	235200

Derer Pyramiden D. F. H. K. Grund-Flächen n s o Fig. 3. Länge n s ist - -	-	$\overset{\prime\prime\prime}{12}$
Der Höhe s o Helffte -	-	$\overset{\prime\prime}{40}$
Summa des Innhalts der Grund-Fläche	-	480
Der Pyramiden Höhe t w. Fig. 2. dritter Theil	-	$\overset{\prime}{4}$
Innhalt einer Pyramide - -	-	1920
Eines Keils E oder I. Grund-Fläche ist gleich der Grund-Fläche einer Pyramiden, und hält also	-	$\overset{\prime\prime}{480}$
Des Keils Länge Fig. 2. u t - -	-	$\overset{\prime\prime}{30}$
Innhalt eines Keils -	-	14400
Der abgekürtzten Pyramiden G obere Fläche m n ist		$\overset{\prime\prime\prime}{30}$ lang
- - untere Fläche p o ist		54 -
Dieser beyden Längen Differentia ist also	-	$\overset{\prime\prime}{24}$

Durch Hülffe der Differenz wird die Höhe gesucht, welche die abgekürtzete Pyramide haben würde, wann sie gantz wäre, und gibt sich solche nach dem 617. §. mit Zuthuung der Regul de Tri also:

$$\overset{\prime\prime}{24} \text{———} \overset{\prime}{8} \text{———} \overset{\prime\prime}{54}$$

8	~~1~~ ~~2~~	
432	~~2~~ ~~0~~ ~~4~~ ~~3~~ ~~2~~ ~~2~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~2~~	$\overset{\prime}{18}$ Höhe, welche die abgekürtzte Pyramide haben würde, wann sie gantz wäre.

Der abgekürtzten Pyramiden Höhe	-	$\overset{\prime}{8}$
		$\overset{\prime}{10}$ Höhe der obern Spitze.

Die

Die Basis der obern Spitze ist lang	-	′ ″ 30
- - - breit	-	3 0
Innhalt der Grund-Fläche	-	900 hiervon der
dritte Theil	- -	300 multipliciret mit
der Höhe der obern Spitze	-	″ 10 0
gibt	- - -	30000 den Innhalt der obern Spitze.

Die Basis p o Fig. 3. oder w q x x Fig. 2. ist lang		′ ″ 54
auch so breit	- -	54
		216
		270
Innhalt der Basis ′ ″	- -	2916 ′ ″
Dritter Theil von 18	- -	60
		174960 Innhalt der gantzen Pyramide.
		30000 Innhalt der obern Spitze.
		144960 Innhalt der abgekürtzten Pyramide.

Wie nun mit diesen Stücken ist umgegangen worden, so verfähret man auch mit der dritten Figur Tab. XXXIV. bey welcher alle Stücken die Maassen haben, wie sie hier genommen sind, ausser daß die Prismata eine andere Länge bekommen. Damit der Sache völlige Genüge geschehe, wollen wir die Ausrechnung der dritten Fig. Tab. XXXIV. auch noch vor uns nehmen, was uns aber aus der in vorstehendem §. enthaltenen Ausrechnung zu statten kommen kan, wollen wir annehmen. §.632. Tab. XXXIV. Fig. 3.

Wir haben dann an den vier Ecken bey a b c d, e f g h, i k l m, n o p q solche vier abgekürtzte Pyramiden, wie G zeiget Fig. 1. Tab. XXXV. deren jede nach der Ausrechnung §.631. enthält §.633.

rechnung §.631. enthält	-	′ ″ 144960
Anzahl der Pyramiden	-	4
Innhalt aller vier abgekürtzten Pyramiden		579840

Dann finden sich in unserer Grund-Mauer 16. dergleichen Keile, als Fig. 1. Tab. XXXV. bey E und I zu sehen, und zwar kommen selbe Fig. 3. Tab. XXXIV. vor bey 1. 2, 2. 4, 7. 9, 9. 10, 5. 6, 13. 14, 11. 12, 15. 16, 17. 18, 21. 22, 19. 20, 25. 26, 26. 28. 23. 24, 29. 30. 29. 31. Hiervon hält einer nach der Ausrechnung im 631. §.

		′ ″ 14400
Anzahl der Keile	-	16
		86400
		144
Innhalt aller 16. Keile	-	236400

Bey jedem Keil befinden sich zwey solche Pyramiden, wie Fig. 1. Tab. XXXV. bey D. F. H. K. zu sehen, also sind deren an der Zahl 32. Nun hält eine davon nach der

Ausrechnung im 631. §.	- -	′ ″ 1920
Anzahl derer Pyramiden	-	32
		3840
		576
Innhalt aller Pyramiden	-	61440

Nachfolgende Prismata haben beygesetzte Längen, ihre Bases aber kommen mit dem Trapezio m n o p Fig. 3. Tab. XXXV. so auch die Basis des Prismatis, C. Fig. 1. Tab. XXXV. überein, und hält nach der Ausrechnung §. 631. 3360. ′ ″ werden nun alle Längen zusammen geschlagen, mit dem Innhalt des Trapezii multipliciret, geben sie den Innhalt aller Prismatum zusammen.

Prisma	d e o n	ist lang	''' 446
- -	g h i k	- -	446
- -	b c e g	- -	286
- -	33. 34. 35. 36.	- -	286
- -	37. 38. 39. 40.	- -	286
- -	n q i m	- -	286
- -	r s t u	- -	116
- -	w x y z	- -	116
Länge aller Prismatum		-	2268
Trapezium oder Basis		-	3360
			136080
			6804
			6804
Cubic-Innhalt aller Prismatum			7620480

Cubic-Innhalt der 4. abgekürtzten Pyramiden			579840
- -	der 16. Keile	- -	230400
- -	der 32. Pyramiden	-	61440
- -	derer Prismatum	-	7620480
Cubic-Innhalt der gantzen Grund-Mauer			° 8 | ' 492 | '' 160

§. 634. Ein etwas kürtzerer Weg dieser Ausrechnung ist §. 636. angewiesen.

§. 635. Tab. XXXVI. Fig. 1. Wann eine sich unten ausbreitende Grund-Mauer nur nach den vier Seiten geführet, und keine Zwischen-Mauer hat, wie etwan Fig. 1. Tab. XXXVI., läßt sich die Rechnung kurtz abthun, wann man die punctirte Mittel-Linien zusammen schlägt, und deren Summa mit der nach rechten Winckeln genommenen Durchschnitts-Fläche ausrechnet. Dieser Sachen Richtigkeit erhellet, wann man die vier Seiten-Mauern aus einander nimmt, und in gerader Linie aneinander hänget, wie Fig. 2. Tab. XXXVI. (Fig. 2.) zeiget, daß an das Stück a g das Stück a d, und an dieses f d, an f d aber f g angehänget werde, wird ein schröge abgeschnittenes Prisma daraus entstehen, nimmt man diesem h a l weg, und legt solches in l k i, und das Stück g m n legt man in n o p, so wird ein Winckel-recht abgeschnittenes Prisma draus, welches so lang, als die zusammen gesetzte punctirte Mittel-Linien und solche Bases bekommt, als die oben berührte nach rechten Winckeln gemachte Durchschnitts-Fläche ist, auch eben so auszurechnen ist, wie oben bey den vier Seiten-Mauern angewiesen worden.

§. 636. Wann auch schon Zwischen-Mauern verhanden, kan diese Art der Ausrechnung doch ein Hülffs-Mittel seyn eher davon zu kommen, als in §. §. 631. 632. 633. gewiesen worden, indem zum Exempel in der Fig. 3. Tab. XXXIV. die abgekürtzte Eck-Pyramiden, 8. Keile und 16. Pyramiden wegfallen, wie die Probe zeigen soll, in welcher die Längen der Zwischen-Mauern zu den Längen der punctirten Mittel-Linien geschlagen sind.

In der dritten Figur Tab. XXXIV. ist die Mittel-Linie					41. 44.	lang	''' 500
-	-	-	-	-	41. 42.	-	340
-	-	-	-	-	42. 43.	-	500
-	-	-	-	-	43. 44.	-	340
Die Länge der Mauer			-		33. 34. 35. 36.	beträgt	286
-	-	-	-		37. 38. 39. 40.	-	286
-	-	-	-		- r s. t. u.	-	116
-	-	-	-		- w. x. y z.	-	116
					Summa		2484
Die Durchschnitts-Fläche hält			-		-		3360
							149040
							7452
							7452
					Summa		8346240
					8. Keile		115200
					16. Pyramiden		30700
					Summa des Innhalts des gantzen Grund-Gemäuers		° 8 | ' 492 | '' 140

Ein Keil	14400
	8
Summa 8. Keile	115200
Eine Pyramide	1920
	16
	11520
	192
Summa 16. Pyramiden	30720

Wann aber die Zunahme in der Breite auf beyden Seiten der Mauer nicht gleich starck geschiehet, darff man diesen kurtzen Weg nicht gehen, sondern muß bey der Umfassungs-Mauer eine Zergliederung vornehmen. §.637.

Ein Stück Vestungs-Wall auszurechnen.

Wann ein Stück Vestungs-Wall gerade ausgehet, und Winckel-recht abgeschnitten ist, kan die Ausrechnung leicht geschehen, indem man das gantze Stück als ein vielseitiges Prisma ansiehet, den Innhalt des Abschnitts mit der Länge des Walles ausrechnet, und dadurch den Cubic-Innhalt des gantzen Stück Walles erhält. Es werden aber die wenigsten Stücken vom Wall Winckel-recht, sondern gemeiniglich schröge abgeschnitten seyn, wie man da zu verfahren, soll sich in folgenden zeigen. §.638.

Wir wollen zum Beyspiel ein Ravelin nehmen, wovon Fig. 4. Tab. XXXV. der Grund-Riß, und darunter bey A ein Durchschnitt vorstellig gemacht, Fig. 5. Tab. ead. aber enthält den Durchschnitt etwas grösser, um die Stücke kentlicher zu machen. Zu Beförderung der Ausrechnung dieses Ravelins wird jedes Stück desselben gleichsam der Länge nach zerspalten, und zu drey- und vierseitigen Prismatibus gemacht, wie die punctirte Linien in dem Durchschnitt Fig. 5. anzeigen. Solche Prismata sind dann ebenfalls schröge abgeschnitten, lassen sich diese nun bey den schrögen Abschnitten gut ausrechnen, ist es gut, wo nicht, so nimmt man das schröge Stück Winckel-recht ab, wie in der Spitze des Ravelins Fig. 4. durch die punctirte Linien angezeiget, da man durch die abgenommene Stücke Pyramiden erhält; Ist endlich das gantze Stück Wall in solche Cörper zertheilet, die sich ausrechnen lassen, so rechnet man dieselben insgesamt einzeln aus, und bringt sie nachher in eine Summam, welche den gantzen Innhalt gibt. §.639.

Wäre ein Vestungs-Graben, der Aushöhlung nach, auszurechnen, siehet man das hohle Werck als einen vollen Cörper an, zergliedert ihn, und macht ihn zu solchen Cörpern, die sich leicht ausrechnen lassen, und bringt deren Summen zusammen, so geben solche den Innhalt der gantzen Aushöhlung. Meistentheils bekommt man über oder vor den Spitzen der Vestungs-Wercke runde Stücke von Graben, solche können als Stücken eines Curti-Coni angesehen werden, und die Ausrechnung befördern helffen. §.640.

Ein Stück Mauer auszurechnen, in welchem eine Oeffnung, als eine Thüre oder Fenster.

Fig. 6. Tab. XXXV. ist ein solches Stück Mauer Perspectivisch, Fig. 7. Orthographisch, und Fig. 8. im Durchschnitt vorgestellet; Die zwey letztere gestatten, daß man die Maassen daran nehmen kan. Mit der Ausrechnung aber verfähret man also: Man siehet das Stück Mauer Fig. 7. vor voll an, als wann keine Oeffnung darinn wäre, und rechnet es als ein Prisma oder Parallelepipedum aus. Dann nimmt man die Oeffnung, betrachtet solche als einen vollen Cörper, und zergliedert denselben, und macht ihn zu solche Cörper, die sich wohl ausrechnen lassen, schlägt deren Innhalt nachhero zusammen, und ziehet dessen Summam vom Innhalt des Parallelepipedi a b c d ab, so bleibt der Innhalt der vollen Mauer übrig. §.641. Tab. XXXV. Fig. 6. Fig. 7. 8.

Des Parallelepipedi Länge a b Fig. 7.	‴ 110
- - Höhe a d -	120
	2200
	11 0
	132000
- - Dicke x o Fig. 8.	2
Innhalt des Parallelepipedi	264000

Die Oeffnung läßt sich zu vier Stücken machen, als e f g h gibt ein Parallelepipedum, i n k ist ein Sector Cylindri, i n p m und k n p l sind Prismata, deren Bases Trapezia abgeben.

Des Parallelepipedi e f g h Höhe g f Fig. 7.	‴ 100
- - - - Breite g h -	5 0
	5000
- - - - Dicke q r Fig. 8.	8
Innhalt des Parallelepipedi e f g h -	40000

Des Sectoris Radius n i ist lang 57''

Die halbe Peripherie - $179\frac{1}{7}$

1253

8958

Der Winckel i n k macht 60. Grad $10211\frac{1}{7}$ Innhalt des gantzen Circuls.

360 —— $10211\frac{1}{7}$ —— 60

60

612660

$8\frac{1}{7}$

$612668\frac{1}{7}$

2 4

3 5 (30

6 1 2 6 6 | $8\frac{1}{7}$

3 6 6 6 6 6

3 3 3

$1701\frac{5}{7}$. Innhalt des Sectoris.

12 . Höhe des Cylindri t s Fig. 8.

3402 .

17010 :

$1\frac{2}{7}$:

Innhalt des Sectoris Cylindri $20422\frac{2}{7}$

Des Prismatis i n p m Basis ist bey i m 105'''

n p 53

158

Linea intermedia 79

Der Basis Höhe p m - 30

2370

Des Prismatis Höhe t s Fig. 8. - 12

4740

237

Innhalt des Prismatis i n p m. 28440

Innhalt des Parallelepipedi e f g h 40000

Innhalt des Prismatis i n p m 28440

So viel hält auch das Prisma k n p l 28440

Innhalt des Sectoris Cylindri $20422\frac{2}{7}$

Innhalt der gantzen Oeffnung $117302\frac{2}{7}$

Innhalt des Parallelepipedi a b c. 264000

Innhalt der Oeffnung - - $117302\frac{2}{7}$

Innhalt der gantzeu Mauer $146|697\frac{5}{7}$ nach Abzug der Oeffnung.

§. 642. Es pfleget aber die Embrasure oder Aushöhlung der Mauer vor dem Fenster, oder der Thüre nicht allezeit Winckel-recht gemacht zu seyn, sondern die Mauer ist schmiegisch, oder schröge abgeschnitten, um mehreres Licht in die Zimmer zu bekommen, oder die Thüren weiter zu öffnen, und macht die Mauer an der Thüre, oder dem Fenster stumpfe Winckel, wie in der 4. Fig. Tab. XXXIV. vielfach: nicht minder in der 4. Fig. Tab. XXXVI. bey a b c d zu sehen. In solchem Fall bleibt zwar die im vorstehenden §. gegebene Haupt-Regel richtig, aber die Zergliederung wird hier andere Stücke, als im vorigen §. geben, welche aus der 3. und 4. Fig. Tab. XXXVI. werden abzunehmen seyn. Fig. 3. stellet ein Stück Mauer mit einer Fenster-Oeffnung und schmiegischer Embrasure Orthographisch vor. Fig. 4. ist darzu der Grund-Riß. Fig. 5. der Durchschnitt, und Fig. 6. gibt einen Perspectivischen Entwurff. In der Zergliederung der Aushöhlung bekommen wir

Fig. 4. Tab. XXXIV. Fig. 4. Tab. XXXVI. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

Ein Parallelepipedum a b c d Fig. 3. welches lang d c 80'''

breit a d 40

Fig. 4. dicke e f 8

Ein Stück eines abgeschnittenen Coni e f g Fig. 3. dessen

Radius zur untern Fläche e f - - 40

zur obern Fläche e h - - 35

Höhe l m Fig. 4. - - - 17

Der Winckel g e f macht 90. Grad.

Zwey

Zwey viereckete Prismata i e k n, h e k l. Fig. 3. deren Bases Trapezia sind, ′ ″
wovon bey einem die obere Länge e k - - 90
die untere Länge h l - - 115
die Höhe k l - - 25
Des Prismatis Dicke c k Fig. 4. ist - 17

Zwey dreyeckete Prismata Fig. 3. h l m p, i n o q. deren eines hoch h l 115
Zur Basi des Drey-Ecks c k d Fig. 4. hat wobey k d $3\frac{1}{2}$
und c k 17

Zwey Pyramiden Fig. 3. f h p, g q i wovon eine Basis lang h p - $3\frac{1}{2}$
hoch p f - $3\frac{1}{2}$
Der Pyramiden Höhe ist c k Fig. 4. - 17

Der gantzen Mauer r s t x. Fig. 3. Länge s t. - - 100
Höhe t x - - 145
Fig. 4. Dicke y x - - 25

Die gantze Ausrechnung ist folgende

Der gantzen Mauer r s t x Fig. 3. Höhe t x - 145
Länge s t - 100

14500
Dicke - - 25

72500
290

Innhalt der vollen Mauer 362500

Des Parallelepipedi a b c d Fig. 3. Länge d c - 80
Breite a d - 40

3200
Dicke - 8

Innhalt des Parallelepipedi 25600

Des abgeschnittenen Coni Radius e f 40
e h 35

Residuum oder Differentia 5 hieraus ist die Höhe zu finden, welche der Conus haben würde, wann er gantz wäre, wie §. 617. gewiesen.

Differ. Höhe
5 —— 17 —— 40
40

680

136. Höhe des Coni, wann er gantz wäre.
17. Höhe des abgeschnittenen Coni.

119. Höhe der obern Spitze des Coni.

Radius.
7 —— 22 —— 40
40

880

$125\frac{5}{7}$. halbe Peripherie.
40 . Radius.

5000
$28\frac{4}{7}$

$5028\frac{4}{7}$ Innhalt des Circuls.
136 . Höhe des gantzen Coni.

30168
15084
$502877\frac{5}{7}$

$683885\frac{5}{7}$

$227961\frac{19}{21}$. Innhalt des gantzen Coni.

Radius.

7 —— 22 —— 35
22
110
66
770

7 7 0 } 110. halbe Peripherie.
7 7 7 } 35 Radius.

550
33
3850 Innhalt des Circuls.
119 Höhe der obern Spitze.

34650
385
385
458150

1 2 2(2
458150 } $152716\frac{2}{3}$. Innhalt der obern Spitze des Coni.
333333

Innhalt des gantzen Coni $227961\frac{19}{21}$.
Innhalt der obern Spitze $152716\frac{14}{21}$.
Innhalt des abgeschnittenen Coni $75245\frac{5}{21}$

360 —— $75245\frac{1}{7}$ —— 90 Grad.
90
6772050
$12\frac{6}{7}$
$6772062\frac{6}{7}$

2
7 5 1(1
3 1 0 4 4 | 0
6 7 7 2 0 6 | $2\frac{6}{7}$ } $18811\frac{750}{2520}$. Innhalt des Stücks vom abgeschnittenen Cono.
3 6 6 6 6 6 0
3 3 3 3

Beym viereckten Prismate ist des Trapezii h e k l Fig. 3. obere Länge e k 90
untere Länge h l 115
205
Linea Intermedia - $102\frac{1}{2}$.
Höhe k l - - 25
510
204
$12\frac{1}{2}$.
Innhalt des Trapezii $2562\frac{1}{2}$
Des viereckten Prismatis Höhe c k 17
17934
$25628\frac{1}{2}$
Innhalt eines viereckten Prismatis $43562\frac{1}{2}$

Beym dreyeckten Prismate ist der Basis Länge k c 17
Höhe k d $3\frac{1}{2}$
51
$8\frac{1}{2}$
$59\frac{1}{2}$

1(1
$59\,|\frac{1}{2}$ } $29\frac{3}{4}$. Innhalt der Basis.
22

Des Prismatis Höhe h. l. 115
$29\frac{3}{4}$
1035
230
$86\frac{1}{4}$
Innhalt des dreyeckten Prismatis $3421\frac{1}{4}$

Der

Der Pyramiden Basis ist lang $3\frac{1}{2}$.
breit $3\frac{1}{2}$.

9
$3\frac{1}{2}$.

$12\frac{1}{2}$ $6\frac{1}{4}$. Innhalt der Basis.

Der Pyramiden Höhe 17
$6\frac{1}{4}$.

102
$4\frac{1}{4}$

$106\frac{1}{4}$ $35\frac{5}{12}$. Innhalt der Pyramide.

Innhalt des Parallelepipedi a b c d Fig. 3.	25600
Innhalt des Stücks vom abgeschnittenen Cono	$18811\frac{6}{21}$
Innhalt des viereckten Prismatis h e k l	$43562\frac{1}{2}$
Deßgleichen des Prismatis i e k n	$43562\frac{1}{2}$
Innhalt des dreyeckten Prismatis h l m p	$3421\frac{1}{4}$
Deßgleichen des Prismatis i n o q	$3421\frac{1}{4}$
Innhalt der Pyramide f h p - -	$35\frac{5}{12}$
Deßgleichen der Pyramide g q i -	$35\frac{5}{12}$
Innhalt der gantzen Oeffnung -	$138449\frac{13}{21}$

Innhalt der vollen Mauer	362500
Innhalt der gantzen Oeffnung	$138449\frac{13}{21}$
	$224050\frac{8}{21}$ Innhalt der Mauer nach Abzug der Oeffnung.

§. 643. Wann der Bogen über der Oeffnung aus einer halben Ellipsi bestehet, und also ein gedruckter Bogen ist, siehet man das Stück a f d c e b Fig. 7. Tab. XXXVI. als die Helffte eines abgeschnittenen Conoidis an, welches man nach Anleitung des 613. §. schon ausrechnen kan; Dann hat man in der Oeffnung noch zwey Parallelepipeda s t h g und b l i c, ingleichen zwey dreyeckte Prismata c d i k und a b l m, oder man schlägt diese letztere vier Stück zusammen, und siehet sie als ein Prisma an, dessen Basis im Grund-Risse Fig. 8. Tab. XXXVI. aus dem Parallelogrammo $\pi\ \mu$ u w und dem Trapezio $\lambda\ \chi\ \alpha\ \beta$ bestehet. Die Maassen zu allen Stücken verhalten sich wie folget: Fig. 7. Fig. 8.

	″
Der gantzen Mauer o p q r Länge o p Fig. 7. ist -	100
Höhe q p - -	140
Dicke y z Fig. 8. -	25
Beym Conoide ist der grossen Ellipsis langer Diameter a d Fig. 7.	67
kurtzer Diameter	42
Der kleinen Ellipsis langer Diameter b c - -	60
kleiner Diameter - -	37
Die Höhe des Conoidis, wann er gantz wäre -	148
Die Höhe des abgeschnittenen Conoidis -	17
Die Höhe der obern Spitze des Conoidis -	131
Das aus vier Stücken zusammen geschlagene Prisma ist hoch a m Fig. 7. - - - - -	100
In dessen Basi ist das Parallelogrammum $\pi\ \mu$ u w Fig. 8. lang	50
breit	8
Des Trapezii $\lambda\ \chi\ \alpha\ \beta$ Linea intermedia - -	$63\frac{1}{2}$
Höhe $\xi\ \chi$ - -	17

Die gantze Ausrechnung verhält sich folgender massen:

Der gantzen Mauer Höhe -	140
Länge -	1 00
	14000
Dicke -	25
	70000
	28
Innhalt der vollen Mauer	350000

 Der

Der grossen Ellipsis langer Diameter 67
kurtzer Diameter 42

134
268
2814

2 (5
28 | 14 } 53. Media Proportionata
25 | 03 oder Diameter.
1

7 — 22 — 53
22
106
106
1166

44 (4
1166 } 166 $\frac{4}{7}$. Peripherie.
777 53 Diameter.

498
830
30 $\frac{2}{7}$
8828 $\frac{2}{7}$

8828 $\frac{2}{7}$ } 2207 $\frac{1}{14}$. Innhalt des
4444 Circuls.

148. des Conoidis Höhe.

17656
8828
220710 $\frac{2}{7}$
326646 $\frac{2}{7}$

22
326646 $\frac{2}{7}$ } 108882 $\frac{4}{21}$. Innhalt des gantzen Conoidis.
333333

Der kleinen Ellipsis langer Diameter 60
kurtzer Diameter 37
2220

(1
16 | 6 | 1
22 | 20 } 47. Media Proportionata,
16 | 87 oder Diameter.

7 — 22 — 47
22
94
94
1034

35 (5
1034 } 147 $\frac{5}{7}$. Peripherie.
777 47. Diameter.

1029
588
33 $\frac{4}{7}$
6942 $\frac{4}{7}$

222
694 (2 $\frac{4}{7}$ } 1735 $\frac{18}{28}$. Innhalt des
4444 Circuls.

131. Höhe der obern Spitze des Conoidis.

1735
5205
173584 $\frac{6}{28}$
227369 $\frac{6}{28}$

1222 (2
227369 | $\frac{6}{28}$ } 75789 $\frac{62}{84}$. Innhalt der obern Spitze des Conoidis.
33333

Innhalt des gantzen Conoidis	108882 $\frac{4}{21}$
Innhalt der obern Spitze -	75789 $\frac{62}{84}$
Innhalt des abgeschnittenen Conoidis	33092 $\frac{78}{84}$ hiervon die Helffte.
Innhalt der Helffte des abgeschnittenen Conoidis - -	16546 $\frac{39}{84}$.

Das Parallelogrammum π μ u w Fig. 8. ist lang 50
breit 8

Innhalt des Parallelogrammi - 400

Des

Des Trapezii $\lambda\,\chi\,\alpha\,\beta$ Fig. Linea Intermedia -	$63\frac{1}{2}$
Höhe - -	17.
	441
	$638\frac{1}{2}$
Innhalt des Trapezii -	$1079\frac{1}{2}$
Innhalt des Parallelogrammi	400
Innhalt der Basis des Prismatis -	$1479\frac{1}{2}$
Desselben Höhe -	100
	147900
	50
Innhalt des aus vier Stücken zusammen geschlagenen Prismatis - -	147950
Die Helffte des abgeschnittenen Conoidis	$16546\frac{12}{84}$
Innhalt der gantzen Oeffnung - -	$164496\frac{12}{84}$
Innhalt der vollen Mauer -	350000
Innhalt der gantzen Oeffnung -	$164496\frac{12}{84}$
Innhalt der Mauer nach Abzug der Oeffnung - -	$185'\,|\,503''\frac{65}{84}$

Es möchte wohl jemand auf den Zweiffel gerathen: Ob wohl alle Architecti in Ausrechnung der Mauren, so Oeffnungen hätten, diesen weitläuffigen und mühsamen Weg giengen? Diesem Zweiffel begegne also: Es begeben sich nicht alle Architecti in diese mühsame Rechnung, theils, weil sie derselben nicht gewachsen, theils, weil sie zu langweilig, sondern sie nehmen quid pro quo an, und machen darnach den Anschlag, oder machen auch wohl ohngefehr Arithmetice den Uberschlag der Mauer. Ich will doch zeigen, wie einer oder der andere bey dem Stück Mauer verfahren würde, ohne die Conoidische Rechnung mit zu nehmen, und doch dem Innhalte nahe zu tretten. Das gantze Stück Mauer würde er voll ausrechnen, wie hier gewiesen, und also 350000''. bekommen. Dann würde er die Oeffnung in zwey Stück zertheilen, als in ein Parallelepipedum t s h g Fig. 7. welches 100''. hoch, dessen Basis $\pi\,\mu$ u w Fig. 8. 50''. lang, und 8''. breit, und also einen Cubic-Innhalt von 40000'', und in ein Prisma, dessen Basis $\lambda\,\chi\,\alpha\,\beta$ Fig. 8. eine Lineam Intermediam von $63\frac{1}{2}$''. und eine Höhe von 17''. hätte, die Höhe des Prismatis würde er in den Conoidem hinein lauffen lassen, und also den Conoidem zum Prismate schlagen, und zwar würde er das Prisma so hoch machen, als er glaubte, daß die Verhaltung es erforderte; Diesemnach würde er des Prismatis Höhe etwan biß an die punctirte Linie ☿ ♀ Fig. 7. nehmen, weil er davor halten würde, daß das darüber stehende Stück des Conoidis so viel betragen würde, als die zwey Stücken, so der Mauer abgenommen. Wäre nun die Höhe des Prismatis m ♀ 113'', würde das Prisma an Cubic-Innhalt $121983\frac{1}{2}$, und die gesamte Oeffnung $161983\frac{1}{2}$''. betragen, da selbe nach der accuraten Rechnung $164496\frac{10}{84}$. macht. Ist also die Differenz $2'\,|\,513''\frac{23}{84}$. um so viel er dann an Mauer-Werck mehr haben würde. §.644.

Auf der Art pflegt man auch wohl zu verfahren mit Ausrechnung des Vestungs-Wall; Nemlich, wann ein Stück Vestungs-Wall schröge abgeschnitten ist, zergliedert man es nicht, sondern stellet sich einen Winckel-rechten Durchschnitt vor, rechnet dessen Flächen-Innhalt aus, und multipliciret solchen mit der Mittel-Linie, so zwischen der äussern und innern Länge des Wall-Stücks Parallel läufft, wodurch man des gantzen Walles Innhalt bekommt; Man thut aber wohl, daß man die Mittel-Linie etwas näher, etwan um 3. oder 4. Fuß, der Seite tretten läßt, auf welcher die Brust-Wehr ist, dergleichen Mittel-Linie sehen wir in der 4. Fig. Tab. XXXV. bey o χ. punctiret. §.645. Fig. 4. Tab. XXXV.

Das Gemäuer von einem gantzen Stockwercke auszurechnen, welches mit allerhand Oeffnungen und Höhlungen, als Thüren, Fenstern und Schornsteinen versehen, worzu Fig. 4. Tab. XXXIV. den Grund-Riß gibt.

Man rechnet die Mauer erstlich vor voll aus, ziehet davon aller Oeffnungen Innhalt ab, so bleibet die würckliche Mauer übrig. Bey Ausrechnung der Oeffnungen rechnet man von jeder Gattung nur ein Stück aus, als ein Fenster, ein Hauß- §.646. Fig. 4. Tab. XXXIV.

Thüre, eine innere Thüre, einen Schornstein, multipliciret jeder Gattung einzeles Stück mit derselben Anzahl, und bringet sie in eine Summam. Wir wollen Kürtze halber eine Hauß-Thüre nehmen, wie sie §. 643. enthalten, nemlich zu 164496″ $\frac{12}{84}$. ein Fenster, wie es §. 642. enthalten, nemlich zu 138449″ $\frac{13}{21}$. und eine innere Thüre zu 101579″, einen Schornstein aber zu 45720″. rechnen. Der gantzen Mauer Höhe soll seyn 130″.

Im Grund-Riß ist das Parallelepipedum	lang,	breit,	hat an Innhalt,
	° ′ ″	′ ″	° ′ ″
a b c d	525	25	13125
e f g h	525	25	13125
b ☉ ☾ e	325	25	8125
i k l m	325	25	8125
n o p q	325	25	8125
♂ d ☿ g	325	25	8125
r s t u	145	25	3625
w x y z	145	25	3625
Summa des gantzen Flächen-Innhalts			66000

Der gantze Flächen-Innhalt des Grundes ° ′ ″ 66000
Höhe der gesamten Mauer - - ° ′ ″ 13 0
1980000
67
Innhalt der gesamten vollen Mauer 8680000

Eine Hauß-Thüre 164496 $\frac{12}{84}$
2
Innhalt der Oeffnung der 2. Hauß-Thüren 328992 $\frac{12}{42}$

Ein Fenster ″ 138449 $\frac{13}{21}$
16
830694
1384499 $\frac{12}{21}$
Innhalt der Oeffnungen der 16. Fenster 2215193 $\frac{12}{21}$

Eine innere Thür ″ 101579
4
Innhalt der 4. innern Thür-Oeffnungen 406316

Ein Schornstein 45720
2
Innhalt der zwey Schornsteine 91440

Die Oeffnungen der 2. Hauß-Thüren 328992 $\frac{12}{42}$
16. Fenster 2215193 $\frac{12}{21}$
4. innere Thüren 406316
2. Schornsteine 91440
Innhalt der gesamten Oeffnungen 3041942 $\frac{15}{42}$

Innhalt der vollen Mauer 8680000
Innhalt der gesamten Oeffnungen 3041942 $\frac{15}{42}$
Innhalt der würcklichen Mauer ° 5|638057 $\frac{27}{42}$

Den Innhalt von allerhand Gefässern zu finden.

§. 647. Die meisten Gefässer, so wir haben, kommen von Zinngiessern, Klempnern, Kupferschmieden, Goldschmieden, Töpffern, Böttchern, und aus der Glaß-Hütte, nicht minder aus Porcellain-Fabriquen. Haben nun solche die Gestalt eines Prismatis, Cylindri, Coni, Coni truncati, Pyramidis, Pyramidis truncatæ, lassen sie sich wohl ausrechnen; wann sie aber diese nicht haben, sondern bauchicht, oder sonst irregu-

lair

lair gestaltet sind, findet man ihren Innhalt nicht besser, als daß man sie voll Wasser fülle, und das Wasser mit einem Gefässe, welches sich wohl ausrechnen läßt, hinein messe, woraus der Innhalt klar werden kan.

Der Böttcher Gefässer sind gemeiniglich abgeschnittene Coni, oder Conoides, mit Elliptischen Bodens, oder sie haben beynahe die Gestalt zweyer mit den Basibus gegen einander gestellten Conorum truncatorum, wie solches bey den Bier- Wein- und Brandwein-Fässern eintrifft, welche oben, wo die zwey abgeschnittenen Coni mit den Basibus zusammen tretten, ein Spund-Loch haben. Was nun die erste Art der Böttcher-Gefässer anbelanget, so nur aus einem Cono truncato bestehen, ist derselben Ausrechnung leicht zu haben; Was aber die andern betrifft, so beynahe die Gestalt zweyer gegeneinander gestellten Conorum truncatorum haben, könnte man sie wohl in der Ausrechnung als zwey solche abgekupte Conos ansehen, allein sie sind nicht würckliche abgeschnittene Coni, sondern gemeiniglich abgeschnittene Conoides, wie in der Fig. 9. Tab. XXXVI. zu sehen, da e a b d und e l m d nach den punctirten Linien zwey abgeschnittene Coni in Profil seyn würden; Ein Faß aber, wie der Durchschnitt davon zeiget, ist bauchicht, und wohl nicht allemahl gleich viel, daher eine Arithmetische Ausfindung des Innhalts eben so gar accurat nicht ist. Jedoch hat man eine Art dem Innhalt eines solchen Fasses gantz nahe zu tretten, wann man den innern kleinen Circul am Boden des Fasses, dessen Diameter a b ist, und den innern grossen Circul unterm Spund-Loche, dessen Diameter e d ist, ausrechnet, beyder Innhalt zusammen schlägt, die Helffte davon nimmt, und damit die innere Länge des Fasses n f multipliciret, da dann das Product des Fasses Innhalt gibt, welcher dem Innhalt eines Cylinders g h i k gleich kommt, dessen Basis die Länge g h zum Diametro hat. Die Ausrechnung verhält sich also: §.648. Fig. 9. Tab. XXXVI.

```
7 ——— 22 ——— 15 Diameter a b
          22
          ——
          30
          30
          ——
         330      5(1  ⎤
                  330  ⎬ 47 1/7
                  77   ⎦ 15
                  ————————
                       235
                       472 1/7
                  ————————
                       707 1/7   223(3      ⎤
                                 707 | 1/7  ⎬ 176 22/28. Innhalt des kleinen
                                 444        ⎦            Circuls.

7 ——— 22 ——— 20
          20
          ——
         440      2(6  ⎤
                  440  ⎬ 62 6/7
                  77   ⎦ 20
                  ————————
                      1240
                        17 1/7   1(1        ⎤
                  ————————
                      1257 1/7   1257 | 1/7 ⎬ 314 8/28. Innhalt des grossen Circuls.
                                 444        ⎦ 176 22/28. Innhalt des kleinen Circuls.
                                              ————————
                                              491 2/28 hiervon die Helffte.
                                              ————————
                                              245 16/28
                                               30. Länge n f
                                              ————————
                                              7350
                                                17 4/28
                                              ————————
                       Innhalt des Fasses     7367 4/28
```

Zugabe

Zur IV. Sect. des III. Cap. im I. Theile.

Einen Cubum verdoppeln, nicht minder in zwey gleich grosse Cubos zertheilen.

Die Sache beruhet auf die Ausfindung zweyer Mittel-proportionirlichen Grössen. Nun ist dieses eine Sache, welche grosse Geometræ Geometrisch zu Stande zu bringen vergeblich gesucht; Auf Mechanische Weise haben verschiedene dieser Aufgabe ein Genügen gethan. Desgleichen kan man Arithmetice zum Zweck gelangen. Von der Mechanischen Art will nur eine, so zimlich leicht, hier beybringen, und nachher zeigen, wie Arithmetice zu verfahren. §.649.

Fig. 10. §. 650. Wann zwey Linien a b, b c. Fig. 10. Tab. XXXVI. gegeben, zwischen welchen zwey Mittel-proportionirliche Linien gefunden werden sollen, setzt man die gegebene Linien a b, b c Winckel-recht aneinander, dann wird das Parallelogrammum nach der Länge solcher Linien a b c d gemacht, und die Linien d a, d c. werden rückwarts über f und g continuiret, auch ziehet man die Diagonalen a c, b d, aus deren Durchschnitt e der Circul d a o b c gezogen wird, darauf legt man ein Lineal an b. und wendet es so weit, daß die Linien b g und o f ausser dem Circul gleich lang werden, so sind a f, und c g die zwey Mittel-proportionirliche, nemlich a b verhält sich zu a f, wie a f zu c g, und a f verhält sich zu c g, wie c g zu c b. Diese Art ist des Philonis Bizantii, welche man auch beym Taquet mit der Demonstration findet.

§. 651. Die Arithmetische Art ist diese: Man macht zwey Parallelepipeda, deren das eine so lang und breit als a b, und so hoch als b c, das andere aber so lang und breit als b c, und so hoch als a b ist, extrahiret aus deren Innhalt die Radices, so sind solche Radices zwey Mittel-proportionirliche Linien.

Setzen wir a b sey lang 8000, und b c 4000, so wird das erste Parallelepipedum

lang	8000
breit	8 000
	64000000
hoch	4 000
und hat an Cubic-Innhalt	256000000000

Der Radix aber beträgt nach folgender Extraction 6349.

256	000	000	000	6349
216				
40	000	000	000	
1	8			
10	8			
32	4			
1	62			
	27			
34	047			
5	953	000	000	
	18	9		
1	190	7		
4	762	8		
	30	24		
		64		
4	793	104		
1	159	896	000	
		190	2	
	120	586	8	
1	085	281	2	
	1	540	62	
			729	
1	086	822	549	
Residuum	73	073	451	

Das zweyte Parallelepipedum ist lang	4000
breit	4 000
	16000000
hoch	8 000
und an Cubic-Innhalt	128000000000

Der Radix aber beträgt nach folgender Extraction 5039.

128	000	000	000	] 503 9
125				
3	000	000	000	
1	5			
7	5			
3	000	000	000	
	15	0		
	750	0		
2	250	0		
	13	50		
		27		
2	263	527		
	736	473	000	
		150	9	
	75	902	7	
	683	124	3	
	1	222	29	
			729	
	684	347	319	
Residuum	52	125	681	

Also sind die Mittel-proportionirliche 6349. und 5039.

Will man nun einen gegebenen Cubum verdoppeln, so sucht man zwischen dem Radice des gegebenen Cubi, und einem noch einmahl so langen Radice zwey Mittel-proportionirliche, so wird die kleinere von dem Mittel-proportionirlichen der Radix eines Cubi seyn, der dem Innhalte nach noch einmahl so groß, als der gegebene Cubus ist. Wir wollen den Fall setzen, der Radix des gegebenen Cubi sey b c Fig. 10. und wir nehmen einen noch einmahl so langen Radicem, welches die Linie a b seyn kan, die eben noch einmahl so lang allhier genommen, als b c, so wird die kleineste Mittel-proportionirliche c g seyn, und den Radicem eines Cubi abgeben, welcher noch einmahl so groß, als der Cubus vom Radice b c ist. §.652. Fig. 10.

Wäre der Radix eines zu verdoppelnden Cubi 4000. Theile, und man sucht zwischen diesem und einem noch einmahl so langen Radice von 8000. Theilen zwey Mittel-proportionirliche Linien, wie laut des 651. §. die kleineste von den beyden Mittel-proportionirlichen Linien betragen 5039, so auch der Radix eines noch einmahl so grossen Cubi seyn wird, als der Cubus ist, dessen Radix 5039. Theile lang ist. §.653.

Will man einen gegebenen Cubum in zwey gleich grosse Cubos zertheilen, sucht man zwischen dem Radice des gegebenen Cubi, und einem halb so langen Radice zwey Mittel-proportionirliche Linien, so wird die gröste von den Mittel-proportionirlichen der Radix eines Cubi, welcher dem Innhalte nach halb so groß, als der gegebene Cubus ist. Setzen wir nun, der Radix des gegebenen Coni sey a b Fig. 10. ein halb so langer Radix aber sey b c, so wird die gröste der Mittel-proportionirlichen a f, und der Radix eines Cubi seye der halb so groß, als der Cubus vom Radice a b ist. §.654.

Wäre der Radix eines Cubi, der in zwey gleich grosse Cubos zertheilet werden sollte, 8000. Theile lang, und man sucht Arithmetice zwischen diesem und einem Radice von 4000. Theilen zwey Mittel-proportionirliche, wird, laut des 651. §. die gröste von den Mittel-proportionirlichen 6349. Theile lang, und zugleich Radix eines Cubi seyn, der halb so groß, als der Cubus, dessen Radius 8000. Theile ausmacht. §.655.

Die 11. Fig. Tab. XXXVI. leget dieser Sachen Richtigkeit klar vor Augen. Des Cubi C Radix ist 4000. Theile, das Parallelepipedum D, so auch in den punctirten Linien f b o x p y q c angezeiget, ist so lang und breit, als der Cubus C, aber noch einmahl so hoch, indem bey D gleichsam zwey solche Cubi, als C ist, auf einander sitzen, daher D noch einmahl so viel Innhalt, als C hat; wird nun aus dem Innhalte des Parallelepipedi D der Radix extrahirt, so kan darnach ein Cubus gemacht werden, der so viel Innhalt, als das Parallelepipedum D, und noch einmahl so viel, als der Cubus C hat. Und des Cubi A Radix ist 8000. Theile lang, das Parallelepipedum B, so auch in den punctirten Linien h f b e k p c r angezeiget, ist so lang und breit, als der Cubus A, aber nur halb so dicke, weil der Cubus gleichsam aus zweyen solchen Parallelepipedis als B eines ist, zusammen gesetzt, daher der Cubus A noch einmahl so viel Innhalt, als B hat; wird nun aus B, als der Helffte von A, der Radix extrahirt, und darnach ein Cubus gemacht, ist selbiger so groß als B, und halb so groß als A. §.656. Fig. 11.

§. 657. Man kan auch aus dieser Figur gleich beurtheilen, daß die zwey Cörper B und D Mittel-proportionirliche Grössen zwischen den Cubis A und C sind, massen in dem Cörper D der Cubus C zweymahl steckt, der Cörper D aber steckt im Cörper B zweymahl, also muß der Cörper C im Cörper B viermahl stecken; Und der Cörper B steckt im Cubo A zweymahl, also muß der Cubus C im Cubo A achtmahl stecken; Diesemnach die Proportiones der vier Cörper sind 1. 2. 4. 8. und verhält sich 1. zu 2., wie 2. zu 4, und 2. zu 4., wie 4. zu 8., woraus leicht zu begreiffen, daß 2. und 4. Mittel-proportionirliche Grössen zwischen 1. und 8. sind.

§. 658. Obige Aufgabe ist auch Arithmetice aufzulösen, ohne zwey Medias Proportionales zu wissen, nemlich, will man einen gegebenen Cubum verdoppeln, verdoppelt man den Innhalt des gegebenen Cubi, und extrahiret daraus gleich Radicem, wornach ein Cubus gemacht werden kan, der doppelt so viel Innhalt hat, als der gegebene Cubus. Sollte ein gegebener Cubus in zwey gleich grosse Cubos getheilt werden, extrahirt man aus dem halben Innhalt des gegebenen Cubi den Radicem, so kan man darnach einen Cubum machen, der halb so viel Innhalt, als der gegebene hat.

§. 659. Also wäre der Innhalt vom Cubo C 64000000000, verdoppelt aber 128000000000. woraus, wie §. 651. zu sehen, ein Radix von 5039. entstehet, wornach der noch einmahl so grosse Cubus zu machen. Und vom Cubo A ist der Innhalt 512000000000. dessen Helffte aber 256000000000., extrahiret man hieraus den Radicem, bekommt man, wie §. 651. zu sehen, 6349., wornach ein Cubus zu machen, der halb so groß, als der Cubus A, ist.

§. 660. Mit Hülffe der Extractionis Radicis läßt sich ein gegebener Cubus nicht nur verdoppeln, oder halb machen, sondern man kan ihn so vielmahl vervielfältigen, oder eintheilen, als man will, wann man den Innhalt des gegebenen Cubi mit der Zahl der Vervielfältigung multipliciret, oder mit der Zahl der Eintheilung dividiret, aus dem Product Radicem extrahiret, und nach dem Radice den vergrösserten oder verkleinerten Cubum macht.

Anmerckung.

§. 661. Die Aufgabe einen Cubum zu verdoppeln, wird Problema Deliacum genannt, weil der Apollo zu Delos denen Atheniensern, als sie ihn bey einer wütenden Pest gefraget, wie solche zu vertreiben, gerathen, sie sollten seinen Altar, der ein Cubus war, verdoppeln, welches so viel zu sagen hatte, sie sollten den Radicem zu einem Würffel finden, der noch einmahl so viel Innhalt hätte, als sein Altar.

Eine gegebene Kugel in so viel Kugeln zertheilen, als man will, nicht minder eine Kugel so vielmahl vergrössern, als es beliebig.

§. 663. Es wird auf den Diameter der gegebenen Kugel ein Cubus gesetzt, der Innhalt des Cubi mit der zu zertheilenden Zahl dividiret, oder mit der zu vermehrenden Zahl multipliciret, aus dem Product wird der Radix extrahirt, welcher der Diameter eines Theils von der gegebenen Kugel, oder der vervielfältigten Kugel ist.

Fig. 12. §. 664. Wollte man also eine Kugel A Fig. 12. Tab. XXXVI. deren Diameter 840 Theile hätte, in zwey Kugeln zertheilen, würde der Diameter als ein Radix eines Cubi angesehen, darnach ein Cubus gemacht, der 592704000. Cubi-Theile zum Innhalt haben würde, wovon die Helffte 296352000. macht, würde nun aus dieser Helffte der Radix extrahirt, gäbe solcher 666. und etwas weniges drüber, so der Diameter der Kugel B seyn würde, welche halb so groß als die Kugel A. Sollte die Kugel A verdoppelt werden, würde derselben Diameter als ein Radix eines Cubi angesehen, und aus dem Radice ein Cubus gemacht, welcher zum Innhalt 592704000. haben, so verdoppelt genommen 1185408000. geben würde, woraus der Radix gezogen, etwas weniges mehr als 1058. betrüge, und der Diameter der Kugel C wäre, welche am Gehalt noch einmahl so groß, als die Kugel A.

Zugabe
zum I. Cap. im II. Theile.

§. 665. Es ist im 356. §. der Art mit der Kette die Linien aufm Felde zu messen ein Vorzug, vor andere Messungs-Arten, als mit dem Stabe, oder mit der Schnur, gegeben, welcher Meynung auch noch bin. Man darff aber nicht dencken, daß eine Kette beym Gebrauch auch ihre richtige Länge beständig behielte, sondern sie wird durch den Gebrauch länger, entweder wann der Drat der Glieder, und die Ringe schwach, und sich beym Ziehen, Zerren, Reissen und Schwencken der Kette von einander dehnen, oder wann auch Ringe und Glieder starck genug, durch das viele Bewegen und Ziehen sich einander abnutzen, da sich zwischen beyden immer Erde und

Sand setzen kan, so die Abschleiffung befördert. Und zwar hab ich gefunden, daß, wann die Schleiffung im Ringe oder Gliedern erst an einem Ort eine kleine Vertieffung gemacht, die Abschleiffung immer daselbst fortgefahren, und die andern Oerter im Abschleiffen nicht so angegriffen hat, bis eine zimliche Vertiefung daraus geworden, so, wie mit einer runden Feile gemacht zu seyn geschienen, da dann ein Ring und die Enden der Glieder die Gestalt bekommen, wie Fig. 1. Tab. XXXVII. zeiget, welches die Kette mercklich verlängert hat, da jede Vertieffung fast eines halben Stroh-Halms Breite ausgemacht, derer Vertieffungen aber bey jedes Fusses doppelten Gliedern und ihrem Ringe achte, einfolglich an der gantzen Kette von 5. Ruthen 400. Vertieffungen gewesen sind. Daher, wann nach einigen Jahren eine gewisse Länge, mit derselben Kette, wieder hat nachgeschlagen werden sollen, sich ein mercklicher Unterscheid gefunden, und die Kette nicht mehr zugetroffen hat. Fig. 1.

§.666. Damit aber dieser Fehler der Einschleiffung keine Irrung mache, thut man wohl, daß man auf einer gehobelten Latte eine accurate Ruthen in Fussen und halben Fussen eintheile, und mit solcher jezuweilen die Kette collationire, und wann man findet, daß sie sich ein wenig verlängert, sie bald wieder rectificire. Kan man das Maaß der gantzen Ketten unten an eine gerade Wand anzeichnen, läßt sich bey solchem Maaß die Verlängerung der Kette noch geschwinder beurtheilen, wornach aber auch die Rectificirung vorzunehmen. Endlich wird man gar genöthiget, eine neue Kette machen zu lassen. Der Fehler der schwachen Ringe und Glieder wird durch stärckere verbessert. Noch will gedencken, daß observiret habe, daß die grossen Ringe, so die gantze und halbe Ruthen an der Kette unterscheiden, ohnerachtet ein Quer-Bälckchen durchgehet, (welches eigentlich den Anfang oder das Ende der Ruthe anzeiget) sich jedannoch länglich gezogen, daher sie nach der Zeit so habe machen lassen, wie Fig. 8. Tab. XXXVII. zeiget, so eine weitere Ausdehnung verhindert hat. Die Unterschiede der halben Ruthen sind auch so gemacht worden, ausser daß sie kleiner, als bey den gantzen Ruthen. Fig. 8.

Zugabe

zum V. Cap. im II. Theile.

§.667. Es ist sowohl in der Vorrede der Praxis Geometriæ gesagt worden, daß der Mensul der Vorzug vor andern Instrumenten zum Ausmessen gebühre, als auch derselbe im fünfften Capitel des andern Theils in der Application gewiesen worden. Nicht minder habe in gedachter Vorrede Erwehnung gethan, daß man in jeder Station die Mensul mit der Boussole stellen soll. Von diesen zweyen Stücken, nemlich vom Vorzug und von Stellungen mit der Boussole, will hier noch ein wenig weitläufftiger handeln.

§.668. Was nun das erste betrifft, so wird der Vorzug bey kleinen Aufgaben, als, die Distanz zweyer Oerter aus einem oder zwey andern Oertern, ingleichen ein viereckt Stück Acker, &c. zu messen, so gar groß nicht seyn, mercklich grösser aber wird er seyn, wann was ansehnliches, als, ein gantzes Land-Gut und dergleichen, ausgemessen werden soll, weil es darbey gar sehr viel zu mercken gibt, so, wann man die Mensul braucht, so gleich bey der Messung aufgetragen werden, und, falls es mit dem übrigen nicht gehörig zutrifft, untersuchet, woran der Fehler ligt, und in Ordnung gebracht werden kan; Welches, wann man der gantzen Messung Eintragung aufs Papier zu Hause allererst verrichtet, wie beym Astrolabio und der Boussole allein geschehen muß, eine sehr mühsame, und das Gedächtniß starck mitnehmende Arbeit macht, und wann es nicht zutrifft, öffters einer Kleinigkeit halber einen weiten Weg zur Untersuchung des Fehlers, und darbey Versäumung verursachet.

§.669. Was das zweyte, nemlich die Stellung mit der Boussole, anbelangt, so habe ehedessen bey weitläufftigen Messungen eine ordentliche Boussole neben der Mensul gehabt, weil aber nach der Zeit gefunden, daß die Gradus der Boussole, zu Stellung der Mensul, nicht nöthig gewesen, sondern nur die Mitternachts-Linie gebraucht worden, habe mir eine eigene leichte Art von Boussole machen lassen, welche in einem drey Zoll langen, ein Zoll breiten, und etwas über einen halben Zoll hohen messingenen Kästchen bestehet, und unmittelbar auf den Dioptren mit Schrauben befestiget wird, darinn ist die Magnet-Nadel befindlich, welche mit ihrer Spitze auf nichts, als auf eine andere im Kästchen befestigte Spitze zu weisen nöthig hat. Damit aber durch das viele Tragen und Rütteln der Stifft, worauf die Magnet-Nadel stehet, nicht stumpff werde, ist ein Drucker vorhanden, mit welchem man die Nadel ausser dem Gebrauch vom Stifft abheben kan. Die Dioptren mit dem Kästchen haben die Gestalt, wie Fig. 2. Tab. XXXVII. im kleinen zeiget. Fig. 3. läßt das Kästchen mit der Nadel und Fig. 2. Fig. 3.

der Spitze a, worauf die Nadel zu zeigen hat, im Grossen von oben an sehen, und Fig. 4. zeiget das Kästchen im Profil, und zwar ist b. b. ein Glaß-Deckel, c. c. ist eine viereckte Zarge, oder ein Rahmen, so den Glaß-Deckel fest zu halten, an das Kästchen angeschraubet ist; d ist eine am Boden befestigte Feder, so die Magnet-Nadel in die Höhe heben, und an den Glaß-Deckel eindrucken kan, e ist ein Schieber, so auch in der dritten Figur mit e bemercket, mit welchem man die Feder d in die Höhe drucken kan. Welches dann eine so behägliche Boussole, daß sie mit samt den Dioptren, so wegen habender Charniers zum Niederlegen sind, unter der Mensul in einem kleinen Schub-Kästchen ausser dem Gebrauch verwahren, und zum Gebrauch bey der Hand haben kan.

§.670. Was nun den eigentlichen Gebrauch der Boussole betrifft, bestehet er darinn: Wann die Mensul aufgestellet, und mit Papier zum Auftragen überzogen, lege die Dioptren mit der Boussole aufs Papier, und drehe sie so weit, daß der Magnet-Nadel-Spitze auf die Spitze a Fig. 3. accurat weiset, und ziehe eine Linie am Lineal der Dioptren, so lang, als möglich, mit Bley-Stifft, zeichne auch auf der Bley-Stifft-Linie, wo die Magnet-Nadel-Spitze hingewiesen, oder welches Ende der Bley-Stiffts-Linie mit der Magnet-Nadel-Spitze zutrifft, welches ich mit solchen Zeichen, wie in der punctirten Linie Fig. 5. bey f und g zu sehen, anzudeuten pflege, da das Zeichen bey q die Mitternachts-Seite anzeiget. Nun mag die Mensul aufgestellet werden, in welcher Station sie soll, so kan man sie in die gehörige Situation bringen, wann man die Boussole an die Linie f g richtig anleget, daß die Spitze der Magnet-Nadel nach dem Zeichen g gestellet, und die Mensul so weit mit der am Mitternachts-Strich ligenden Boussole herum gedrehet, daß die Nadel accurat auf die Spitze a Fig. 3. weiset; Worbey aber die Vorsicht wohl zu brauchen, daß niemand mit Eisen nahe an die Boussole kommt, zum Exempel: Es hat einer, der gern zusehen will, eine Flinte aufm Buckel hencken, und tritt damit gantz nahe an die Boussole, so wird die Magnet-Nadel sich nach dem eisernen Flinten-Lauff lencken, und nicht auf ein Haar so weisen, als wann die Flinte weit davon entfernet. Noch schlimmer aber ist es, wann jemand einen mit dem Magnet bestrichenen Degen, oder dergleichen an und bey sich hat, indem solches die Magnet-Nadel auf etliche Schritte irr machen kan. Ist nun die Mensul richtig nach der Welt-Gegend gestellet, als sie seyn soll, legt man die Dioptren an den gehörigen Stations-Punct, zielet mit selben dahin, wohin man messen will, oder es nöthig hat, zeichnet am Lineal der Dioptren mit Reiß-Bley, oder besser mit einer Circul-Spitze, die abgezielte Linie, und verfähret weiter, wie in der Praxi Geometriæ gewiesen.

§.671. Will jemand bey Stehung der Mensul mit der Magnet-Nadel es nicht allein bewenden lassen, sondern die Winckel ausser dem durch Zurücksehung mit den Dioptren auftragen, ist ihm darzu durch die Boussole die Gelegenheit nicht benommen, sondern er kan zum Uberfluß alles beydes zugleich machen, nemlich die Stellung erstlich mit der Boussole vornehmen, und dann mit der Dioptren den Winckel nochmahls untersuchen, und also eines des andern Probe seyn lassen.

§.672. Nun will zeigen, worinn eigentlich der Vortheil bestehe, wann die Mensul mit der Boussole gestellet wird. Vors erste, braucht man nicht in der vorhergehenden Station ein Zeichen, zum Exempel eine Fahne, zum Zurücksehen stehen zu lassen, welches, wann es stehen bleibet, eine Versäumung beym Wiederholen, oder doch wenigstens viel Schickens verursachet. Zweytens, kan man an jedem Ort, der auf der Mensul befindlich, von neuem zu messen anfangen, da man sonsten eine alte Station noch darzu nöthig hat, ausser welcher mit der neuen Station kein Winckel zu machen ist. Drittens, wann man sehr kurtze Stationes machen muß, welches sich vornehmlich bey dicken Waldungen äussert, durch welche man durchzuhauen keine Erlaubniß hat, und man mit dem Astrolabio nur in einer Station im Winckel fehlet, welches bey kurtzen Stationen eher, als bey grossen angehen kan, wird in folgenden Stationen, ohnerachtet in selben nicht von neuen gefehlet würde, der erste Fehler immer grösser; begienge man aber mit der Mensul in der ersten Station einen Fehler, so wächset selber nicht mit den Stationen, sondern wie viel er am Ende der ersten Station betragen, so viel bleibt er auch bey der letztern. Setzen wir, die Station h i Fig. 6. Tab. XXXVII. sey 3. Ruthen, die Station i k 6. Ruthen, und man irret in der ersten Station mit dem Astrolabio auf 2. Grad, könnte der Fehler bey i in der Masse eine Abweichung vom rechten Ort einen Fuß starck machen, bey k würde die Abweichung schon 3. Fuß betragen, und so fort, daß, wann man eine Peripherie von 9000. Ruthen hätte, die Abweichung 300. Ruthen machen würde. Da hingegen die Boussole bey i zwar auch einen Fuß abweichen, allein in den übrigen Stationen, falls nicht von neuen geirret würde, wie beym Astrolabio auch angegeben, es auch immer nur bey dem einen Fuß bewenden lassen würde, welcher Fehler bey 9000. Ruthen doch so viel nicht sagen wollte, als 300.

Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

Ruthen. In der Figur zeiget die zart-punctirte Linie die Abweichung der Bouſſole, und die starck-punctirte Linie die Abweichung des Astrolabii an. Vierdtens kan man sich in der Arbeit eine Verkürtzung mit der Bouſſole machen, da man, wann nicht viel aufzuzeichnen, nicht nöthig hat, in allen Stationen die Mensul aufzustellen, und den Winckel aufzutragen, sondern man kan diese Arbeit verrichten in einer Station um der andern.

Es möchte wohl ein Einwurff geschehen, daß ein auf der Mensul aufgespanntes Papier bey Regen-Wetter zu schanden gienge, so melde hierauf, daß, wann es regnet, niemand grosses Verlangen zu messen haben, und was tüchtiges ausrichten wird, er brauche dabey Mensul oder Astrolabium, oder was vor ein Instrument er will. Indessen habe doch zur Vorsorge über meine Mensul ein Futteral oder Uberzug von Wachs-Tuch machen lassen, welches fast die Gestalt einer Brief-Tasche hat, unter der Mensul (wann sie auch gleich noch aufm Statio befindlich) zugeschnallet werden, und bey etwan entstehenden Regen Mensul und Papier bedecken kan. §. 673.

Dann könnte auch wohl noch eingewendet werden, daß bey feuchtem Wetter das Papier mehr ausgedehnet wäre, als bey dürren Tagen, so in denen Maassen eine Veränderung machen würde. Hierauf erwiedere, daß die Ausdehnung, wann das Papier nur nicht beregnen, oder naß werden kan, deme aber im vorstehenden §. schon vorgebeuget, nichts sagen will, und sollte etwas weniges seyn, wird der Maaß-Stab auf dem Papier sich a Proportion auch ausdehnen, oder zusammen ziehen, und dadurch im Auftragen kein Irrthum vorgehen. §. 674.

Risse zu verkleinern oder zu vergrössern.

Den 476. §. ist der Verkleinerung und Vergrösserung der Risse, durch Hülffe des Netzes, Erwehnung geschehen, bey welcher Arbeit man sowohl auf den abzucopeyenden Riß, auf dem Papier, worauf die Verkleinerung oder Vergrösserung geschehen sollen, ein Netz von Bley-Stifft über und über zu ziehen nöthig. Es kan sich aber wohl zutragen, daß nicht erlaubet wird, auf dem Original-Riß so viel Bley-Stifft-Linien zu ziehen, wie mirs ohnlängst begegnet ist, daß, als einen gewissen gar grossen mit starcker Leinwand unterzogenen Riß mit schwerer Mühe zu copiiren erhielt, und mich verlauten ließ, daß ihn verkleinern, und in Land-Charten-Grösse bringen wollte, mir auferleget wurde, kein Netz über das Original zu schlagen, oder dieses mit vielen Circul-Stichen zu verderben. Wie mich nun in diesem Fall aufgeführet, will hier anzeigen. §. 675.

Es sey Fig. 7. A Tab. XXXVII. der abzucopeyende, und zugleich zu verkleinernde Riß, B aber sey das Papier, worauf er kommen soll, so werden aus dem obern Ecke c. des Risses A in gleich grossen Weiten die Theile 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. auf dem obern Rand hingesetzt, und gleich genannte Zahlen mit Bley-Stifft zart darzu geschrieben; dergleichen Theile werden auch auf dem untern Rande aus d gesetzt. Wornach auf dem Papier B. auch dergleichen Theile oben nach einer geraden Linie, aber proportionirlich so klein, als die Verkleinerung solches erfordert, aus e in 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. getragen werden, welches nicht minder unten aus f auf der Linie f g. geschiehet, welche Linie f g zur Linie e h Parallel läufft, darauf macht man auf einem Lineal, so etwas länger als die Breite des Risses A ist, an dem einen Rande verschiedene Theile, und beleget solche mit Zahlen, wie das auf dem Risse A liegende Lineal i. k. zeiget; Dann werden auf einem Drey-Eck etwan von Birn-Bäumen-Holtz X auf der Seite l. m. eben so grosse Theile gesetzt, wie auf dem Lineal i k. befindlich. Hernach werden auf einem andern Lineal n o proportionirlich kleine Theile, nemlich wann die Theile c 1. auf dem Riß A vor das Lineal i k. 10. Theile abgegeben, muß die Weite e 1. auf dem Papier B auch 10. Theile vor das Lineal n o geben. Zu diesem Lineal B. kommt nun auch ein Drey-Eck Y. auf dessen obern Seite eben so grosse Theile gesetzt werden, wie sie auf dem Lineal n o befindlich. Mit diesen Stücken nun wird die Copiirung und Verkleinerung vorgenommen, nemlich der grosse Riß A wird auf eine Tafel geleget, und auf selben das Lineal i. k. daß dessen erster Theil den obern Rand des Risses bey c. berühre, (hier liegt es in der Figur nicht mehr so, wie es beym Anfang der Copiirung liegen muß, sondern wie es liegen würde, wann schon etwas copiiret worden) und damit es sich nicht leicht verrucken kan, wird es an beyden Enden mit ein paar Stücken Bley beschweret. Dann wird auf das Papier B. das Lineal n o auch so geleget, daß dessen erster Theil die obere Linie e h bey e berühre, (auch dieses Lineal liegt in der Figur nicht mehr so, wie es beym Anfang der Copiirung liegen müssen, sondern wie es liegen würde, wann schon etwas copiiret worden) zur Befestigung wird dieses Lineal auch mit Bley beschweret. Hierauf wird das Drey-Eck X an das Lineah i k, und das Drey-Eck Y an das Lineal n o gebracht, und ersteres an dem §. 676. Fig. 7.

Lineal i k von oben so weit runter geschoben, biß was veränderliches des Risses die Seite l m des Drey-Ecks X berühre. Wie viel Theile nun das Drey-Eck X am Lineal i k herunter geschoben, so viel Theile des Lineals n o wird auch das Drey-Eck Y runter geschoben, bey dem wie vielten Theile des Drey-Ecks X das veränderliche des Risses die Seite l m berühret, bey dem so vielten Theile des Drey-Ecks Y wird an dessen obern Seite ein Punct gemacht, und so fähret man fort, nemlich, daß man das Drey-Eck X am Lineal i k wieder biß an eine andere Veränderung schiebet, und so weit als dieses geschoben, auch das Drey-Eck Y an seinem Lineal proportionirlich fortrucket, da dann wieder ein neuer Punct gemercket wird, welcher, wann es nöthig, mit den vorigen zusammen gehencket werden kan, und dadurch zu einer Linie wird. Sind nun beyde Drey-Eck an ihren Linealen biß runter kommen, und es ist alles Veränderliche (worunter aller Linien Anfänge, Biegungen, Enden, und dergleichen verstehe) aufgezeichnet, legt man beyde Lineal fort, nemlich an die Zahlen 1. 1. und die Drey-Ecke oben an selbe, und zeichnet nach Anzeige der herunter zu schiebenden Drey-Ecke wieder dasjenige auf, was aufzuzeichnen ist, und continuiret so, biß der gantze Riß fertig. Wir wollen doch einen Casum in Terminis nehmen und setzen: Es wäre was auf dem Riß B. bereits zu sehen, und was unter dem Lineal n o liegt, durch zweymahliger Fortlegung der Lineale verkleinert copiirt worden, so legen wir das Lineal i k an 2. 2., nicht minder das Lineal n o an 2. 2. schieben das Drey-Eck X, so aber nur durch die punctirte Linien angezeiget, biß an den 1. Theil des Lineals i k. weil wir finden, daß die Scheidung des Clausberger-Weges von einem andern Wege die obere Seite des Drey-Ecks berühre, so bey des Drey-Ecks fünfften Theile geschiehet, schieben daher auch das Drey-Eck Y an den ersten Theil des Lineals n o, und machen beym fünfften Theile des Drey-Ecks Y einen Punct, so die Wege-Scheidung anzeiget; Dann schiebet man das Drey-Eck X biß an dem achten Theil des Lineals i k. und findet beym neundten Theil des Drey-Ecks wieder eine Wege-Scheidung, welche der vom Clausberger-Wege abgehende Weg, und der Weg, welcher unter dem fünfften Theil des Lineals hervor tritt, machen, daher man das Drey-Eck Y auch an den achten Theil seines Lineals schiebet, und beym neundten Theil des Drey-Ecks Y die Wege-Scheidung mercket, so kan man den vom Clausberger-Wege kommenden Weg, nicht minder den unter dem fünfften Theil des Lineals hervor trettenden Weg, biß an die Wege-Scheidung auszeichnen, und auf solche Weise fortfahren, biß der gantze Riß aufgetragen.

§. 677. Es ist dieses zwar ein etwas mühsamer Weg zum verlangten Zweck zu kommen, aber er ist auch accurat, und noch richtiger, als wann durchs blosse Netze die Verkleinerung geschiehet, da man darbey vieles nach dem Augen-Maaß in die Felderchens eintragen muß, und selbe nicht so klein machen darff, als auf den Linealen und Drey-Ecken die Eintheilungen nahe zusammen gerucket werden können.

§. 678. Der Eintheilungen halber muß noch gedencken, daß man an keine gewisse Grösse gebunden, oder, daß solche mit der Länge des Risses auf ein Haar aufgehen müssen, sondern man kan solche nach Belieben aufsetzen, doch werden solche, wann sie zimlich enge beysammen, die Puncte so aufzuzeichnen, viel gewisser angeben, als wann sie weit auseinander sind.

§. 679. Die Seite der Lineale sowohl, als der Drey-Ecke, worauf die Theilungen gemacht werden, können schröge abgehobelt seyn, wie gemeiniglich eine Seite der ordentlichen Lineale gemacht ist, welche Abschrögung die Tischler eine Face oder Facette nennen. Es hilfft dieses, daß man mit den Theilungs-Strichen näher an die aufzuzeichnende Puncte komme.

§. 680. Wollte man die Drey-Ecke von durchsichtigem Horn machen, würde solches die Sache etwas befördern helffen, weil man besser zum voraus sehen könnte, was in der Aufzeichnung folgen würde.

§. 681. Den abzucopeyenden Riß præsumire in seiner Einfassung Winckel-recht, und so wird auch der neue Riß eingerichtet, wäre ersterer nicht so, muß man den zweyten nach des ersten Winckel richten.

§. 682. Es könnte wohl jemand auch auf den Kummer gerathen, wie ein Riß von 5. biß 6. Fussen Höhe copiiret und verkleinert werden sollte, da die oberen Stücke so abhändig? Wie ich damit nun verfahren, will ich hier zeigen: Ich habe die hier auf dem Risse befindliche Puncte 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. auf dem grossen Risse nicht auf der obern und untern Seite aufgezeichnet, und das Lineal Perpendicular liegend gehabt, sondern die Theilungs-Puncte habe seitwarts lassen runter gehen, damit das Lineal an dieselben horizontal anlegen konnte, und so lange das oberste des Risses abzunehmen war, ruckte dasselbe vor mich, und ließ das unterste des Risses von dem Tische, worauf der Ober-Theil des Risses lag, herab hängen, nachdem die scharffen Ecken des Tisches rundlich abhobeln lassen, damit der Riß keinen Bruch bekommen könnte; Und das

Pa-

Papier, worauf der neue Riß zu machen, befand sich auf einem Reiß-Brete, solches legte auf den grossen Riß nahe an die vorhabende Stücke, so war das zu copiirende und der Ort, wo es aufzutragen, nahe beysammen. Ich könnte wohl noch einiger Vortheile gedencken, so aber denen, die Hand an die Sache legen, sich wohl so darbieten werden, deßhalb nicht weitläufftiger seyn will.

Wer nun die Verkleinerung gelernet hat, wird auch die Vergrösserung leicht vornehmen können, da er auf dem Lineal und Drey-Eck, so er bey dem neuen Risse braucht, die Theil nach Proportion grösser macht, als sie auf dem Lineal und Drey-Eck sind, so bey dem zu copiirenden Risse gebrauchet werden. §.683.

Zugabe

Zur II. Sect. des VI. Cap. im II. Theile.

Im 508. §. ist beym Nivelliren das Fig. 1. Tab. XXIII. befindliche Höhen-Instrument zu gebrauchen angepriesen, und darzu gesetzt, daß es gut, wann es von einer zimlichen Grösse ist. Ich habe mir aber nach der Zeit zum Wasser-Wiegen eine besondere Waage angeschafft, weil das Höhen-Instrument bey der Vergrösserung zwar immer accurater, aber auch schwerer, und letzteres bald so starck wird, daß ein Stative die Waage zu tragen nicht fähig, zwey Stative aber darzu sich nicht wohl schicken. Wie ich nun auf die Gedancken einer neuen Wasser-Waage fiel, war mein Verlangen: §.684.

1.) Daß derselben Dioptren weit voneinander seyn sollten.
2.) Daß das Pendulum eine zimliche Länge haben müßte, damit die Gradus in kenntlicher Grösse erschienen, und füglich in kleinere Theile getheilet werden könnten;
3.) Daß das Pendulum auf einem scharffen Nagel bey Anzeigung des Grads hienge;
4.) Daß das Pendulum dem Winde nicht unterworffen wäre;
5.) Daß die Waage einen festen Stand bekäme;
6.) Daß dieselbe zu Anzeigung des erforderlichen Gradus nicht unmittelbar mit der Hand gestellet werden müßte, sondern darzu mit Schrauben gerichtet werden könnte;
7.) Daß man bey Durchsicht durch die Dioptren ein vorgestelltes Objectum kenntlich und scharff ersehen könnte.
8.) Daß ein Objectum zur Absicht commode erhöhet und niedergelassen, auch, in welchen Stande der Erhöhung man wollte, befestiget werden könnte, und das Steigen und Fallen gleich in Zollen und Zehntel-Zollen angewiesen würde;
9.) Daß die Waage wegen ihrer Grösse nicht zu schwer, oder nicht zu ungeschicklich im Fortbringen wäre;
10.) Daß das Pendulum ausser dem Gebrauch von seinem scharffen Nagel gemächlich abgehoben, und in seinem Behältniß befestiget werden könnte, daß es nicht hin und her schlotterte.

Welche Puncte insgesamt wohl niemand anders, als nützlich bey einer Wasser-Waage wird ansehen können, und solche habe bey meiner Waage in Acht zu nehmen gesucht, wie sich solches Stück vor Stück in nachfolgenden zeigen soll.

Die gantze Waage zeiget sich Tab. XXXVIII. Fig. 1. auf ihren zweyen Stativen aufgestellet, bey selber enthält der Waage-Arm, oder der Stab a b, welcher 4. Fuß lang, 1½. Zoll breit, ¾. Zoll dicke, und von Birn-Bäumen Holtz ist, die Dioptren, welches dann eine zimliche Weite ist, und nach Belieben noch grösser als 4. Fuß genommen werden kan. §.685. Fig. 1.

Das Pendulum ist 13. Zoll lang, von einer stählernen Stange und Spitze, und einem messingenen Gewichte. In der 2. Fig. ist bey c. der Ober-Theil, und bey d der Unter-Theil des Penduli von vorn in völliger Grösse zu sehen. In der 3. Fig. aber zeiget e f das Pendulum, im Profil aber verkleinert an. Den Grad-Bogen zum Pendulo siehet man Fig. 4. in gehöriger Grösse, darauf nur zu jeder Seite 10. Gradus enthalten, welches beym Nivelliren hinreichlich, da man schwerlich wird Ströme abzuwiegen bekommen, welche mehr als 10. Grad fallen werden. Jeder Grad ist in sechs Theile getheilet, diesemnach jeder Theil 10. Minuten enthält, und zwar zeigen die gantz kurtze Strichelchen 10. 30. 50. Minuten, die etwas längere 20. 40. Minuten, und die gantz lange die volle Gradus an. Wollte jemand das Pendulum noch länger machen, würden die Eintheilungen noch weiter vorgenommen, und durch Transversal-Linien einzele Minuten angewiesen werden können, das Pendulum dabey aber nicht mit einer blossen Spitze, sondern mit einer aus dem Centro kommenden Linie weisen müs- §.686. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

 sen.

Tab. XXXIX. Fig. 1. sen. In der Tab. XXXIX. Fig. 1. ist ein Bogen-Stücke mit Transversal-Linien, worzu das Pendulum 33. Zoll lang seyn müßte, und zur Anzeig der Grad und Minuten einen solchen Weiser haben könnte, wie die punctirte Gestalt bey Y zeiget, welche 2. Grad und 4. Minuten angiebt.

Tab.XXXVIII. Fig. 2. §.687. Das Loch des Penduli, wie bey x Fig. 2. Tab. XXXVIII. zu sehen, ist oberwärts, wie ein übers Eck gesetztes Quadrat, unterwärts aber ist eine sich rundlich endigende Vertieffung. In dem obern Winckel, welcher 90. Grad hält, hänget nun das Pendulum auf einem scharffen Nagel, dessen Schärffe 60. Grad ausmacht, und wie in
Fig. 3. der 3. Fig. ohnweit e zu sehen, wie ein halber Circul vertieffet ist, in dessen Mitte sich das Pendulum hinsetzet, so bald es Perpendicular gehalten wird, da es dann sehr accurat und genau spielet, und erst nach langen Spielen stille stehet. Wiewohl man es auch bald an gehörigen Ort stille stehend machen kan, wann man das Pendul-Häußchen ein wenig rüber drucket, das Pendulum etwas an den Grad-Bogen anstreichen, und drauf wieder frey hängen läßt.

§.688. Damit das Pendulum vom Winde nicht gestöhret werde, hänget solches in einem von Birn-Bäumen Bretterchens gemachten Häußchen, so Fig. 3. im Profil mitsamt dem Pendulo zu sehen, über den Grad-Bogen aber ist ein Glaß g h Fig. 1. und i k Fig. 3. um die Gradus dadurch sehen zu können.

§.689. Auf daß die gantze Waage einen festen Stand habe, ruhet sie auf zwey Stativen. Das Stativ A hat oberwärts eine Nuß, auf deren Zapfen eine Hülse gestellet, so an dem Waage-Arm befestiget, wodurch die Waage nach allen Welt-Gegenden gewendet werden kan. Das Stativ B. hat oberwärts an einem runden Stabe eine
Fig. 5. Stell-Hülse mit einer Gabel. Die Stell-Hülse ist Fig. 5. beynahe in gehöriger Grösse vorgestellet. Auf der Gabel nun ruhet das andere Ende der Waage.

§.690. Eben diese Stell-Hülse mit der Gabel dienet auch, daß die Waage auf ein Haar erhoben, und nach jedem erforderlichen Grad gestellet werden könne. Man erhebt nemlich die Stell-Hülse an dem runden Stabe mit der Waage, beynahe so viel, als es der Gradus erfordert, und schraubet die Hülse an dem Stab feste, so mit
Fig. 5. der Schraube l Fig. 5. geschiehet, welche eine in der Vertieffung der Hülse liegende Feder an den runden Stab andrucket, nachhero schraubet man mit der Schraube t die Gabel rauff, oder runter, biß das Pendulum den verlangten Grade auf ein Haar anzeiget. Daß die Schraube l. nicht unmittelbar an den runden Stab tretten darff, sondern eine Feder andrucken muß, geschiehet deßhalb, weil die blosse an das Holtz trettende Schraube den Stab bald zu schanden drucket.

§.691. Zum siebenden Punct, nemlich, daß man ein vorgestelltes Objectum deutlich und scharff durch die Dioptren ersehen könne, ist die Gestalt der Dioptren beförderlich, da man sonst durch ein klein Löchelchen nur durchsehen können, hier aber durch einen Ritz sehen kan, welcher, wann er mit dem Löchelchen einerley Weite hat, viel mehr Radios aus der Pupilla durchgehen läßt, als das Löchelchen, einfolglich das Object, wornach man siehet, deutlicher machet. Die wahre Grösse einer der Dioptren
Tab. XXXIX. Fig. 2. ist in der 2. Fig. der XXXIX. Tab. entworffen, nebst dem Lappen, wodurch sie am Ende des Waage-Armes angeschraubet ist. Eine jede der Dioptren ist mit Oel-Farbe theils weiß, theils schwartz angestrichen, dergestalt, wie die Figur weiset. Durch das Loch im schwartzen Felde muß sich der schwartze Theil des Absicht-Schiebers, und durch das Loch im weissen Felde muß sich der weisse Theil des Absicht-Schiebers sehen lassen.

Tab. XXXVIII. Fig. 6. Fig. 7. §.692. Der Absichts-Schieber, welcher mit seinem Stabe in der 6. Fig. Tab. XXXVIII. einzeln aber, und zwar etwas grösser in der 7. Fig. derselben Tabelle vorgestellet, ist das Objectum, wornach beym Nivelliren gesehen oder gezielet wird. Dieser gehet in seinem Stabe, welcher viereckt, etwas über 1½. Zoll ins gevierte Dicke, und 7. Fuß lang ist, in einer besondern Nuth oder Faltz, welche mitten im Stabe weiter als am Rande ist, damit der Absichts-Schieber nicht hervor fallen könne. In der Gegend von 4. Fussen, von unten rauff, hat der Stab ein messingenen Aermchen n mit einem kleinen Pendulo. Das Pendulum ist darzu, daß man den Stab Perpendiculariter stellen könne, worzu aber der Arm dienet, soll sich hernach zeigen. Von dar an, wo die untere Linie des Arms an den Stab trifft, sind hinaufwarts und runterwarts einzele Zolle auf den Stab gesetzet, und jeder Zoll ist wieder in zehen Theile getheilet. (Man kan auch wohl zweyerley Maaß, als Rheinländisches, und anderes an jedem Ort übliches Maaß neben einander setzen.) An diesem Stabe läßt sich ein 3½. Fuß langer Neben-Stab, der 1½. Zoll breit, ¾. Zoll dicke ist, in drey messingenen Bänder o. p. q. etwas rauff und runter schieben, und durch eine Schraube r. so auf eine am mittelsten Bande befestigte Feder drucket, nach Belieben fest schrauben. Der Kopff s ist zum Angriff beym Rauff- oder Runter-Schieben. Dieses alles dienet darzu, daß man in allen Stationen das Aermchen biß an die Dioptren erheben, und

wann

wann man den Neben-Stab biß auf den Erdboden runter geschoben, und fest geschraubet, die Höhe der Dioptren, von der Erde, anderswo, wohin man zielen will, mit dem Stabe aufstellen könne. Der Absichts-Schieber kan, ausser dem Lauff-Leisten, der in dem Falß des Stabes gehet, ein Quadrat von 6. Zollen vorstellen, dessen oberste Helffte schwartz, und die unterste Helffte weiß, mit Oel-Farbe angestrichen. Unterwarts hat er eine Schraube m Fig. 7. Tab. XXXVIII. welche eine Feder in dem Falß anpressen, und dadurch den Absichts-Schieber aller Orten fest stehend machen kan. Will man den Absichts-Schieber grösser als von 6. Zollen machen, um solchen in der Ferne besser sehen zu können, kan man ein oder mehr dünne Bretterchen von verschiedener Grösse, halb weiß und halb schwartz gemahlet, dergestalt machen lassen, daß man solche vor den Absichts-Schieber stellen, und an selben anschrauben kan. Der Falß im Stabe wird schwerlich in einem Stabe, der aus einem Stücke bestehet, zu machen seyn, daher man den Stab aus zwey Blättern machen, zusammen leimen und nageln, nachhero aber mit Oel-Farbe anstreichen lassen kan.

Was nun bey der Grösse dieser Machine die Schwere betrifft, so ist diese nicht sonderlich, indem der Waage-Arm und das Pendul-Häußchen, wie auch die Verbindungs-Stüße d Fig. 1. Tab. XXXVIII. von Birn-Bäumen Holß sind, das übrige, was von Metall ist, will im Gewichte nicht viel sagen, als da sind: Die aufgeschraubte Dioptren e. f; Die Hülse i. zur Aufsetzung auf der Nuß; Zwey Charniers k. l. an dem Pendul-Häußchen, als k selbes an dem Waage-Arm zu befestigen, und l. die Verbindungs-Stüße d mit dem Pendul-Häußchen zusammen zu halten; Bey y ist ein Hacken in dem Waage-Arm, in welchen die Schraube der Verbindungs-Stücke geleget, und darinn von zwey Schrauben-Muttern fest gehalten werden kan; Bey z sind zwey mit Einschnitten versehene an das Pendul-Häußchen befestigte Blecher, so auf beyden Seiten des Armes in die im Arm steckende Schrauben mit ihren Einschnitten treffen, und daselbst durch Muttern an den Waage-Arm angepresset werden können, um dem Pendul-Häußchen mit dem Waage-Arm noch mehrere Verbindung und Festigkeit zu verschaffen. Dann ist noch das Pendulum mit seinem Nagel dem Grad-Bogen und der Hebe-Schraube ♀ Fig. 3. Diese Sachen, so wohl Holß als Metall, wiegen 3. Pfund, welches auf zweyen Stativen wohl mit der Schwere nichts sagen will. §.693. Fig.1. Fig.3.

Es möchten wohl hier von einigen Einwürffe gemacht werden, 1.) daß das Holß und Messing nicht fest verbunden, und dauerhafft beysammen erhalten werden können. Hierauf erwiedere, daß derjenige, welcher das Birn-bäumene Holß und dessen Härte kennet, an einer Festigkeit der Verbindung, so theils durch Vernietung mit gegengelegten messingenen Blechen, theils mit Zusammenschraubungen geschehen, nicht zweiffeln wird; 2.) Könnte auch wohl jemand auf die Gedancken kommen, daß, wann etwann der hölßerne Waage-Arm krumm würde, die Waage ihre Richtigkeit verlöhre. Hierauf diene, daß es wegen des Krummwerdens bey ausgedörrtem Holße nichts sagen will, und wann es auch geschehe, ist doch die Waage immer richtig zu gebrauchen, und durch die Verbindungs-Stüße dahin zu bringen, daß die von der Schärffe des Pendul-Nagels durch das Mittel des Grad-Bogens streichende Linie mit der Linie der Dioptren rechte Winckel mache, welches sich mit mehrern beym Gebrauch der Waage zeigen soll. 3.) Möchte eingewendet werden, daß die Breterchens zum Pendul-Häußchen, vornemlich dasjenige, worauf der Grad-Bogen befestiget, zusammen dorren, oder krumm werden, und den Grad-Bogen mitnehmen könnte, so ist zu wissen, daß das dürre Holß (von dergleichen die gantze Waage gemacht) nicht zusammen krieche, und wann es auch geschehe, so sißt der Grad-Bogen nicht auf dem Brete, sondern auf einer zimlich starcken eingeschobenen Leiste, so diesem Einwurff mit entgegen stehet. §.694.

Was das bequeme Fortbringen anbetrifft, so wird die Sperrung dieser Waage so groß nicht seyn, indem sie wegen habender Charniers, wann die Verbindungs-Stüße, und die zwey Bleche bey z loß geschraubet, zusammen geleget, und in einem Futteral, welches 4. Fuß 1. Zoll lang, 8½. Zoll breit, 3½. Zoll hoch verwahret werden, und neben sich die Nuß und Stell-Hülse liegend haben kan. Wollte man noch weiter gehen, und den Stifft in dem Charnier, welches das Pendul-Häußchen an den Waage-Arm verbindet, nicht fest machen, sondern ihn so verrichten, daß er ein- und ausgeschraubet werden könnte, würde die Waage zwar in zwey aber weit compendiosern Futteralen, als der Waage-Arm mit den abgeschraubten Dioptren in einem, und das Pendul-Häußchen mit der Stell-Hülse in einem andern Futteral eingepacket, und fortgebracht werden können. §.695.

§. 696. Endlich haben wir noch die Befestigung des Penduli, und dessen Abhebung von seinem scharffen Nagel. Solches geschiehet beydes zugleich, und auf einemmahle durch Hülffe der Hebe-Schraube ♀ Fig. 3. Maassen, wann man die Waage niederlegt, daß das Pendulum etwan auf die Mitte des Grad-Bogens weiset, und die Hebe-Schraube niederschraubet, dringet sie in die Conische Vertieffung des Gewichtchens ein, und schiebet dadurch das Pendulum hinauf, und von seinem scharffen Nagel ab, ja der untere runde Theil des oberwarts scharffen Nagels, tritt zugleich in die Vertieffung des Pendul-Lochs, wie bey Fig. 2. der punctirte Nagel zeiget, welches verursachet, daß das Pendulum sich gar nicht rütteln, oder die Schärffe des Nagels verderben kan, es befinde sich auf der Reyse, oder bey einer andern Bewegung. So bald man die Waage wieder brauchen will, dieselbe auffstellet, und die Hebe-Schraube loßschraubet, setzt sich das Pendulum von selbst gleich wieder an den rechten Ort auf seinen scharffen Nagel zur Spielung. In der Vignette auf dem Titul-Blate dieser Zugabe zeiget sich die Waage im Futteral zusammen geleget.

Fig. 3. Fig. 2.

Das Fallen eines fliessenden Wassers abzuwiegen.

§. 697. Will man nun die Waage gebrauchen, muß sie erst gestellet werden, daß das Pendulum, wann es auf den Senck-rechten Punct, oder auf den Ort des Grad-Bogens weiset, wo sich die Gradus von beyden Seiten anfangen, mit der Dioptren-Linie accurat Winckel-recht sey. Solches zu erlangen verfähret man also:

Man stellet die Waage auf die zwey Stative, befestiget das Pendul-Häußchen mit der Verbindungs-Stütze ohngefehr so, als man glaubet, daß die Stellung richtig sey, erhebet oder sencket die Waage durch Hülffe der Stell-Hülse so viel, daß das Pendulum accurat den Senck-rechten Punct zeige, darauf läßt man jemanden, in einer Weite von funffzig biß hundert Schritten, den Absichts-Schieber mit seinem Stabe Perpendiculariter halten, und den Schieber dahin schieben, daß, wann man durch die Dioptram e Fig. 1. Tab. XXXVIII. siehet, man durch das schwartze Loch der Dioptræ f. bloß schwartzes vom Absichts-Schieber, und durch das weisse Loch bloß Weisses vom Absichts-Schieber zu sehen bekomme; In solcher Stellung läßt man den Absichts-Schieber stille halten, das Stativ mit der Stellungs-Hülse wird unter der Waage weggenommen, die Waage auf dem Stativ, welches die Nuß hat, halb herum gedrehet, und das Stativ mit der Stellungs-Hülse wieder drunter gesetzt, dergestalt, daß, wann man durch die Dioptram f siehet, man durch das schwartze Loch der Dioptræ e bloß Schwartzes vom Absichts-Schieber, und durch das weisse Loch bloß Weisses vom Absichts-Schieber zu sehen bekomme. Weiset nun in solcher Stellung das Pendulum accurat wieder auf den Senck-rechten Punct, so ist die Waage richtig gestellet, weiset es aber nicht accurat auf den Senck-rechten Punct, sondern zum Exempel völlig auf einem Grad, nach der Seite zu, wo die Verbindungs-Stütze ist, so mercket man sich die Helffte von solchem Unterscheid, nemlich, einen halben Grad, läßt das Stativ mit der Stell-Hülse wieder unter der Waage wegnehmen, und bringt diese wieder in den ersten Stand, läßt auch das Stativ mit der Stell-Hülse drunter stellen, erhebt die Waage so viel, daß das Pendulum auf einen halben Grad nach der Seite der Verbindungs-Stütze weiset, worauf der Absichts-Schieber dahin gerucket werden muß, daß man ihn gehörig zu sehen bekomme, nemlich das Schwartze durch ein schwartzes Loch, und das Weisse durch ein weisses Loch, so stehet derselbe mit der Waage Horizontal. Nun läßt man den Waage-Arm unverruckt auf den Stativen, das Pendul-Häußchen aber bringet man dahin, durch Hülffe der Schrauben, an der Verbindungs-Stütze, daß das Pendulum accurat auf den Senck-rechten Punct zeige, schraubet alle Schrauben, so darzu dienlich, als gleich genannte Schrauben an der Verbindungs-Stütze an ihren Hacken, und die Schrauben z an den mit den Einschnitten versehenen Lappen feste, so ist und bleibt die Waage richtig vor sich selbst gestellet.

Fig. 1.

§. 698. Man hat nicht immer nöthig, wann die Waage zusammen geleget, eingepackt gewesen, und wieder gebraucht werden soll, daß man beym neuen Gebrauch die Waage vor sich recht stelle, sondern wann beym Zusammenlegen nur die oberste Schraube der Verbindungs-Stücke gelöset wird, und die unterste unbeweglich an ihrem Ort bleibet, hat man beym neuen Gebrauch der Waage nichts mehr nöthig, als daß die obere Schraube der Verbindungs-Stütze an ihren Hacken fest angeschraubet werde; Es wäre dann, daß man nach langer Ruhe der Waage besorgte, daß der

Waage-Arm sich gekrümmet hätte, so machte man die Stellung, wie im vorstehenden §. gewiesen, welche sich geschwinder zu Stande bringen, als beschreiben läßt.

Bey jedweder Invention von Wasser-Waagen läßt sich die Rectificirung, wann sie falsch geworden, nicht so leicht vornehmen, als hier, daher auch dieses an meiner Waage, als einen Vortheil ansehe, welcher auch den zweyten Einwurff des 694. §. ablehnet. §.699.

Hat nun die Waage ihre Richtigkeit, und man will das Fallen eines Stroms, von einem gewissen Ort an, biß zu einem andern abwiegen, stellet man an dem Ende, von wo man den Fall wissen will, die Waage auf drey zweyen Stativen an das Uffer des Stroms, oder wann das Uffer hoch und steil wäre, daß man mit den Stationen an dem Rande des Stromes nicht fortkommen könnte, oben auf der Kante des Uffers, daß das Pendulum den Senck-rechten Punct anzeige, bemercket dabey die Höhe des Uffers, solche sey sechs Fuß, drauf richtet man die Dioptren runterwarts nach dem Uffer, es schadet auch nicht, wann es einiger Commodität wegen etwas abwarts vom Uffer geschiehet; Stellet dann den Stab des Absichts-Schiebers an die Waage, erhebt den Arm, worinn das Pendulum, so hoch, als die Dioptren sind, und läßt den Neben-Stab biß auf den Erdboden sincken, da man ihn dann fest schraubet; Darauf muß jemand den Absichts-Stab eine Ecke am Uffer runter tragen, ihn in der Linie, wohin die Dioptren gerichtet sind, Perpendiculariter auffstellen, und den Schieber so weit schieben, daß er gehörig durch das schwartze und weisse Loch der Dioptren gesehen werden kan, da dann der Schieber anzeigen wird, um wie viel er mit seiner Mittel-Linie, welche ist, wo sich das Schwartze vom Weissen scheidet, höher stehet, als der Arm, welcher das Fallen bey der einen Station anzeiget, wir wollen setzen: Es hätte betragen $20\frac{7}{10}$. Zoll, welches aufgeschrieben wird. Hierauf bringet man die Waage an den Absichts-Stab, stellet sie wieder auf beyde Stative, daß das Pendulum den Senck-rechten Punct erreichet, und weil der Arm des Absichts-Stabes, wohl nicht mit der Dioptren überein treffen möchte, erhebet man solchen darnach, und schraubet den Neben-Stab, wann er den Erdboden wieder erlanget hat, feste, läßt darauf den Absichts-Stab wieder eine Ecke vorweg tragen, Perpendiculariter auffstellen, und den Schieber so hoch richten, daß er gehörig durch die Dioptren gesehen werde, da er dann anzeigen wird, wie viel er mit seiner Mittel-Linie höher stehet, als der Arm, so bey der zweyten Station das Fallen anzeiget, welches auch bemercket wird, setzen wir, es hätte $18\frac{2}{10}$ Zoll betragen. Dergleichen Operation nimmt man nun so offt vor, biß man dahin kommt, wie weit man den Fall wissen will; Setzen wir, daß wir noch $23\frac{5}{10}$, $24\frac{6}{10}$, $21\frac{1}{10}$, $17\frac{1}{10}$. Zoll bekommen hätten, so bringt man die gefundene einzele Fälle zusammen, ziehet davon die Höhe des Uffers ab, wann man nicht unmittelbar am Wasser hat anfangen können, welches die oben gesetzte 6. Fuß, oder 72. Zoll sind, da dann das wahre Fallen des Stroms übrig bleibet: §.700.

$20\frac{7}{10}$.	Zoll.
$18\frac{2}{10}$.	-
$23\frac{5}{10}$.	-
$24\frac{6}{10}$.	-
$21\frac{1}{10}$.	-
$15\frac{1}{10}$.	-
$122\frac{2}{10}$.	Summa.
72	
$50\frac{2}{10}$.	wahres Fallen.

Man kan sowohl von unten am Strom hinauf, als von oben runter wiegen, da man dann bey erstern, anstatt des Fallens, Steigen bekommt, welches der Absichts-Schieber unter dem Arme anzeiget. Man erspahret auch wohl, wann man von unten rauff wieget, eine oder ein paar Stationen, weil man unter dem Arm auf einmahl mehr Zoll anmercken kan, als über dem Arm, dieserhalben ich lieber rauff, als runter, zu wiegen pflege. §.701.

Es kan sich auch zutragen, daß neben dem Strom der Erdboden, worauf man beym Abwiegen die Waage stellet, nicht eben aller Orten einen Abhang mit dem Strom habe, sondern bißweilen wohl gar einiges Steigen mit unterlauffen, das Fallen aber hernach desto stärcker seyn könne, da thut man wohl, wann man bey §.702.

Tab. XXXIX. Fig. 3. der Operation sich ein klein Tabellchen machet, wie Fig. 3. Tab. XXXIX. zu sehen, und darinn das Steigen und Fallen besonders anmercket, beydes nachhero zusammen rechnet, und die kleineste Summa von der grösten abziehet, da dann das würckliche Fallen oder Steigen übrig bleiben wird. Wir wollen mehrer Deutlichkeit halber einen Casum in Terminis hersetzen.

Fig. 4. §. 703. Es soll eines fliessenden Wassers Fallen von A biß B. Fig. 4. Tab. XXXIX. abgewogen werden, das Uffer aber dieses Wassers ist etwas hoch, daß man am Rande des Wassers nicht runter wiegen kan, sondern solches darneben aufm Lande verrichten muß, welches uneben und bald steiget, und bald fällt, doch aber nicht hindern darff, das wahre Fallen des fliessenden Wassers raus zu bringen, sondern es wird bey jedem Absehen, oder in jeder Station angemercket, ob man Fallen oder Steigen aufm Lande, und wie viel man dessen gefunden. Als erstlich wird unter dem Steigen geschrieben, wie hoch das Uffer bey A, dann wie hoch das Steigen bey c, ingleichen bey d, dann, wie viel das Fallen bey e, das Steigen bey f, das Fallen bey g und h, und endlich wird zum Fallen die Höhe des Uffers bey B gesetzt, wie solches die Tabelle Fig. 3. zeiget, in welcher das Steigen zuletzt vom Fallen abgezogen, ein Residuum von $60\frac{6}{10}$. Zoll gelassen, so das wahre Fallen des fliessenden Wassers von A biß B ist.

Fig. 5. §. 704. Wann man bey Abwiegung eines Stroms L. M. Fig. 5. Tab. XXXIX. von dem Ort, wo die Abwiegung anheben soll, biß an den Ort, so ihr Ende ist, sehen, und gerade zu mit der Meß-Kette messen kan, läßt sich die Abwiegung weit geschwinder verrichten. Man stellet die Waage bey L auf, erhebt den Absichts-Schieber an seinem Stabe so hoch, als die Dioptren sind, und läßt selben an den Ort M aufstellen, zielet mit der Waage dahin auf den Absichts-Schieber, und zeichnet den Grad auf den das Pendulum zeiget; Wir wollen setzen: Es wären drey Grad, zwantzig Minuten gewesen, drauff mißt man gerade von L nach M, und zeichnet auch diese Weite auf, setzen wir, es wären 60. Ruthen, 2. Fuß. Darauf zeichnet man ein rechtwinckelicht Drey-Eck, auf das einen Winckel von drey Grad, zwantzig Minuten hat, und eine Hypotenusam von 60. Ruthen, zwey Fuß, verjüngten Maaß-Stabs, so wird die Seite, so dem Winckel von 30. Grad, 20. Minuten entgegen stehet, einen Cathetum, oder das Fallen o M von drey Ruthen, fünff Fuß anzeigen.

§. 705. Zu Auftragung dergleichen Drey-Ecks wird ein ordinairer Transporteur nicht hinreichlich seyn, weil die Minuten darauf nicht abzunehmen; Man wird also einen gerad-linichten Transporteur darzu brauchen müssen, der die Minuten, wo nicht einzeln, doch von zehn zu zehnen angibt, oder man nimmt hier die Trigonometrie zu Hülffe.

§. 706. Wann bey diesem Abwiegen auch hohe Uffer vorkommen, zum Exempel, bey L wäre das Uffer sechs Fuß hoch, bey M acht Fuß, so hindert solches obiger Operation nichts, sondern man thut dem Fallen, so man im Triangulo Rectangulo bekommen, die zwey Fuß, um wie viel nemlich das Uffer bey M tieffer, als bey L gewesen, darzu, so gibt beydes zusammen das wahre Fallen. Wäre das Uffer bey L tieffer, als bey M gewesen, nimmt man die Differenz vom Fallen des rechtwinckelichten Drey-Ecks ab, da dann das wahre Fallen übrig bleibet.

§. 707. Zu Abnehmung der Thurn-Höhen, oder anderer dergleichen sich über 10. Grad erhebenden Sachen ist diese Waage nicht zu gebrauchen, wiewohl man sie doch bey Höhen, die sich auf zwantzig, ja mehr Grad erhüben, brauchen könnte; Allein der Nutzen, solche Höhen zu wissen, kommt so viel nicht vor, als die Abwiegung eines Wasser-Falles, daher von erstern nichts weiteres allhier gedencken, sondern es dabey bewenden lassen will, was in der Praxi Geometriæ von 491. biß 507. §. gesaget worden.

Zugabe
zum Appendice.

§. 708. Im 546. §. ist gewiesen, wie ein Drey-Eck in verschiedene Theile getheilet werden soll, daß die Theilungs-Linien nicht in einer Spitze zusammen lauffen, doch fallen sie eben mit einer Seiten-Linie nicht so gar Parallel, welches völlig Parallel zu machen, man wohl auch gern wird wissen wollen. Hierzu nun finden wir eine Anweisung

weisung in des Boecklers Anhang zu Schwenters Geometria Practica, so Trew in seiner Summa Geometriæ Practicæ auch hat, und vor seine Invention ausgibt, welche Art zu verfahren mich dahin gebracht hat, daß ich sie auch bey viereckten Flächen abgewandt, wie sich bald zeigen soll.

§.709. Fig. 6. Vors erste soll das Drey-Eck a b c Fig. 6. Tab. XXXIX. in drey Theile getheilet werden, daß die Theilungs-Linien mit der Linie a b Parallel lauffen. Hier theilet man die Linie c b in drey Theile mit d e, hänget drauff an die Seite c b einen halben Circul c f g b. an, läßt an selben aus den Puncten d e Perpendiculaire Linien d f, e g. fallen, und trägt die Weite c f, c g aus c in h und i. Aus h und i ziehet man zu a b Parallelen, so sind dieses die Theilungs-Linien. Sollte das Feld in vier oder mehr Theile getheilet werden, setzt man vier oder mehr Theile auf c b, und procediret damit, wie mit den drey Theilen, da man dann auch zu seinem Zweck gelangen kan.

§.710. Fig. 7. Weil aber die Eintheilung nicht so gar offt dreyeckte, sondern mehrmahl viereckte Felder betreffen kan, als Trapezia oder Trapezoides, so habe des Trews Art der Triangul-Eintheilung auch bey solchen Vier-Ecken anzuwenden gesucht. Sollte nun also das Trapezium a b c d Fig. 7. Tab. XXXIX. in drey Theile eingetheilet werden, daß die Theilungs-Linien mit der Linie a d Parallel lauffen, verfähret man folgender massen:

§.711. Man continuire die zwey Seiten a b, c d, daß sie in eine Spitze e zusammen lauffen, so bekommt man ein Drey-Eck a e d. An der Seite e d wird ein halber Circul e f i g d. angehänget, und auf selben die Weite e c aus e in f. gesetzt. Worauf von f die Linie e d eine Perpendiculair f h gesetzet wird; Soll nun das Trapezium a b c d in drey gleich grosse Theile getheilet werden, theilet man die Weite h d mit k l. in drey gleich grosse Theile, erhebt aus k und l. biß an den halben Circul die Perpendiculairen k i, l g. und setzt die Weite e i und e g aus e in m und n, so sind m und n die Puncte, woraus in dem Trapezio die Linien m o, n p Parallel zu d a gezogen werden, welche das Trapezium in drey gleich grosse Theile theilen.

§.712. Fig. 8. Wollte man einen Trapezoidem a b c d Fig. 8. Tab. XXXIX. eintheilen, daß die Theilungs-Linien mit c b Parallel lauffen, rechnet man den gantzen Trapezoidem aus, solches halte 24000. Ruthen, drauff ziehet man zur Linie b c aus a eine Parallel-Linie a z, so bekommt man ein Trapezium a b c z, und ein Drey-Eck a z d. Dieses Drey-Ecks Innhalt wird besonders ausgerechnet, selbiger betrage 2278. Ruthen. Soll nun der Trapezoides in drey gleich grosse Theile getheilet werden, so bekommt A 8000. Ruthen, B 8000, und C 8000. Ruthen. Dem C wird das Drey-Eck a z d zum voraus gegeben; Weil solches nun 2278. Ruthen hält, bekommt C vom Trapezio a b c z noch 5722. Ruthen darzu, damit die Anzahl seiner 8000. Ruthen voll werden; Diesemnach wird die Eintheilung des Trapezii a b c z in 5722., 8000., und 8000. Ruthen gemacht, wormit also verfahren wird, wie mit dem in der siebenden Figur enthaltenen Trapezio. Man läßt die Seiten c z, b a in e zusammen lauffen, hänget an e b einen halben Circul e f i l b an, setzt auf selben die Weite e a aus e in f. Fället aus f auf die Linie e b einen Perpendicul f g, und theilet g b in 21722. Theile, (weil 5722., 8000., 8000. zusammen geschlagen so viel ausmachen) ziehet von dem 5722sten, und von dem 13722sten Theile Perpendiculaire biß an den halben Circul, welches die Linien h i, k l sind; Die Weiten e i, und e l setzt man aus e in m und n, und ziehet aus m und n Parallelen zu b c, welches die Linien m o, n p sind, welche die verlangte Eintheilung geben.

§.713. Es möchte sich hier wohl ein Kummer äussern, wie die Linie g b in 21722. Theile zu theilen? Diesem soll bald abgeholffen werden, doch wollen wir nicht die Linie gantz und gar in 21722. Theile eintheilen, sondern nur ausfündig machen, wo davon der 5722ste, und der 13722ste Theil hinkomme, von g nemlich an zu rechnen. Man bediene sich allhier desjenigen verjüngten Maaß-Stabes, der zur Ausrechnung ist gebraucht worden, messe die Weite g b, findet 204. Ruthen, nun suche man die Verhaltung der Zahl, die sich zu 5722. so verhält, wie die Länge g b. von 204. Ruthen zu 21722. Theile, und hernach die Zahl, die sich zu 13722. so verhält, wie 204. zu 21722., so wird man bekommen $53\frac{16022}{21722}$. und $128\frac{18872}{21722}$., welche Maassen auf dem verjüngten Maaß-Stabe abgenommen, und aus g in m und n gesetzt werden. Die Ausrechnung und Ausfindung derer Zahlen ist folgende:

21722 ——— 204 ——— 5722

$$
\begin{array}{r}
5722 \\
204 \\
\hline
22888 \\
11444 \\
\hline
1167288
\end{array}
$$

```
   (16
   28|
   81|0
  121|22
1167288   }  53 16022/21722.
 217222   }
  2177
```

21722 ——— 204 ——— 13722

$$
\begin{array}{r}
13722 \\
204 \\
\hline
54888 \\
27444 \\
\hline
2799288
\end{array}
$$

```
   (18
   20|
   34|8
  1290|7
  20368|
  62704|2
2799288   }  128 18872/21722.
2172222   }
 21722
  217
```

§. 714. In dem 548. §. ist angewiesen, wie ein Feld in gewisse Theile, aber nur aufm Papier, solle getheilet werden. Hier will nur noch hinzu fügen, wie auch die Absteckungen der Theilungs-Linien aufm Felde sollen vorgenommen werden, und zwar will einen Casum hersetzen, den ich würcklich gehabt. Es ersuchten mich zwey Erben einer Wiese, dieselbe unter sie zu theilen, wobey mich also aufführte.

Fig. 9. §. 715. Fig. 9. Tab. XXXIX. stellet die Wiese vor. Als mich nun auf derselben befand, fragte ich die Erben: Wie die Theilungs-Linie gehen sollte? Und erhielt zur Antwort: Weil die Wiese nach der mittägigen Seite besser, als nach der mitternächtigen, möchte sie nur so getheilet werden, daß jeder was vom Guten und Schlechten bekäme. Drauf fieng ich an die Wiese, nach der Peripherie, zu messen, und als ich glaubte, bald in der Gegend zu seyn, wo die Scheidungs-Linie durchgehen würde, ließ ich am Rande bey o einen Pfahl einschlagen, und nicht weit davon in p noch einen, und zeichnete auch auf dem Risse auf, wo die Pfähle hingeschlagen. Und so machte es auch auf der andern Seite, bey q. und r. zeichnete diese Oerter auf dem Risse auch auf. Wie nun die gantze Messung fertig war, nahm gleich auf der Wiese die Ausrechnung vor, und machte die Eintheilung sowohl aufm Papier, als auch nachher auf der Wiese. Zur Ausrechnung theilte die gantze Wiese in Trapezia ein, so mit der Theilungs-Linie ohngefehr Parallel waren; gegen Morgen blieb ein Triangulum. Es hatte aber jedes dieser Trapeziorum, und das Triangulum einen Innhalt wie folget:

Das Triangulum	A	4032
Das Trapezium	B	3642
- - -	C	2480
- - -	D	8832
- - -	E	12240
- - -	F	6792
- - -	G	6240
- - -	H	17330
- - -	I	12558
Innhalt der gantzen Wiese		74156
Hiervon die Helffte		37078

Hier-

Hierauf überließ ich einem Erben die drey Trapezia I. H. G. betragend 36128, und gab ihm von dem Trapezio auf der Art, wie §. 546. gezeigt, $9^{\circ}5^{\prime}0$. zu, so biß an die Linie m n gieng, welches die Scheidungs-Linie war. Als nun diese aufm Papier hatte, maaß ich, wie weit m von dem Pfahl o war, fand nach dem verjüngten Maaß-Stab zwey Ruthen, sechs Fuß, solche Weite setzte auch auf der Wiese von dem erst geschlagenen Pfahl, auf den Rande der Wiese, nach dem zweyten Pfahl zu. Und da war dann der Punct, wo die Scheidung auftreffen sollte. So machte es auch bey q, ich maaß aufm Papier, wie weit nach dem verjüngten Maaß-Stabe von q biß zu n war, fand zwey Ruthen, ein Fuß, diese Weite setzte von dem dritten Pfahl, auf den Rand der Wiese, nach dem vierdten Pfahl zu, und bekam da den andern Punct, oder das andere Ende der Scheidungs-Linie auf der Wiese. Mitten durch die Wiese ließ zu mehrerer Deutlichkeit, oder zu mehrererm Unterscheid noch drey Pfähle mit den Enden der Scheidungs-Linie in gerader Linie schlagen, wodurch dann die Wiese kenntlich getheilet war. Die Erben hatten bald lange Steine bey der Hand, verwechselten solche mit den Scheidungs-Pfählen, und loseten, wer das Stück nach Morgen zu bekommen sollte. §.715.

§.716. Zum Beschluß will noch einer Probe gedencken, welche dieser Eintheilung halber machte. Als von der Wiese nach Hause kam, brachte ich dieselbe auf ein gleiches Französisches Papier, schnitte sie nachhero aus, und zertrennete sie, nach der Theilungs-Linie, in zwey Stück, legte solche auf die Gold-Waage, in jede Schaale ein Stück, um zu sehen, ob auch dabey sich ein Gleich-Gewicht einfinden würde, welches würcklich zutraff. Es ist aber dieses mehr eine Curiosité, als richtige Probe, allermassen das Papier auf der einen Seite schwerer, als auf der andern seyn kan. Sonst, wann man gleich dickes, und gleich schweres Papier hätte, man die Risse, so mühsam wegen vieler Ecken und Rundungen auszurechnen sind, der Umfassungs-Linie nach, geschwind auf ein ander Papier tragen, solches ausschneiden, und den Innhalt desselben, mit papiernen Gewichtern, so aus Rectangulis bestünden, und leicht auszurechnen, und zu zergliedern sind, abwiegen könnte. Hiermit hat nun die Zugabe zur Praxi Geometriæ ein

ENDE.

Tab. XXVI.

Fig. 5.

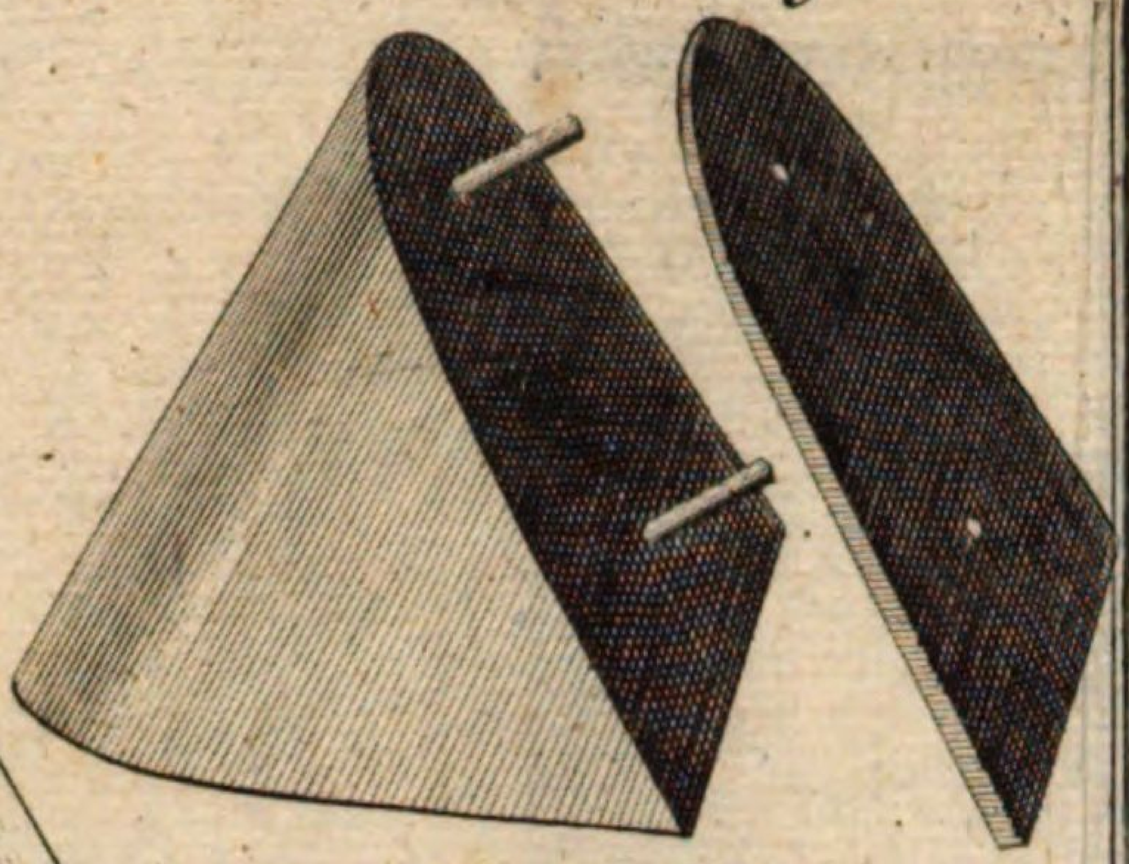


Fig. 2.

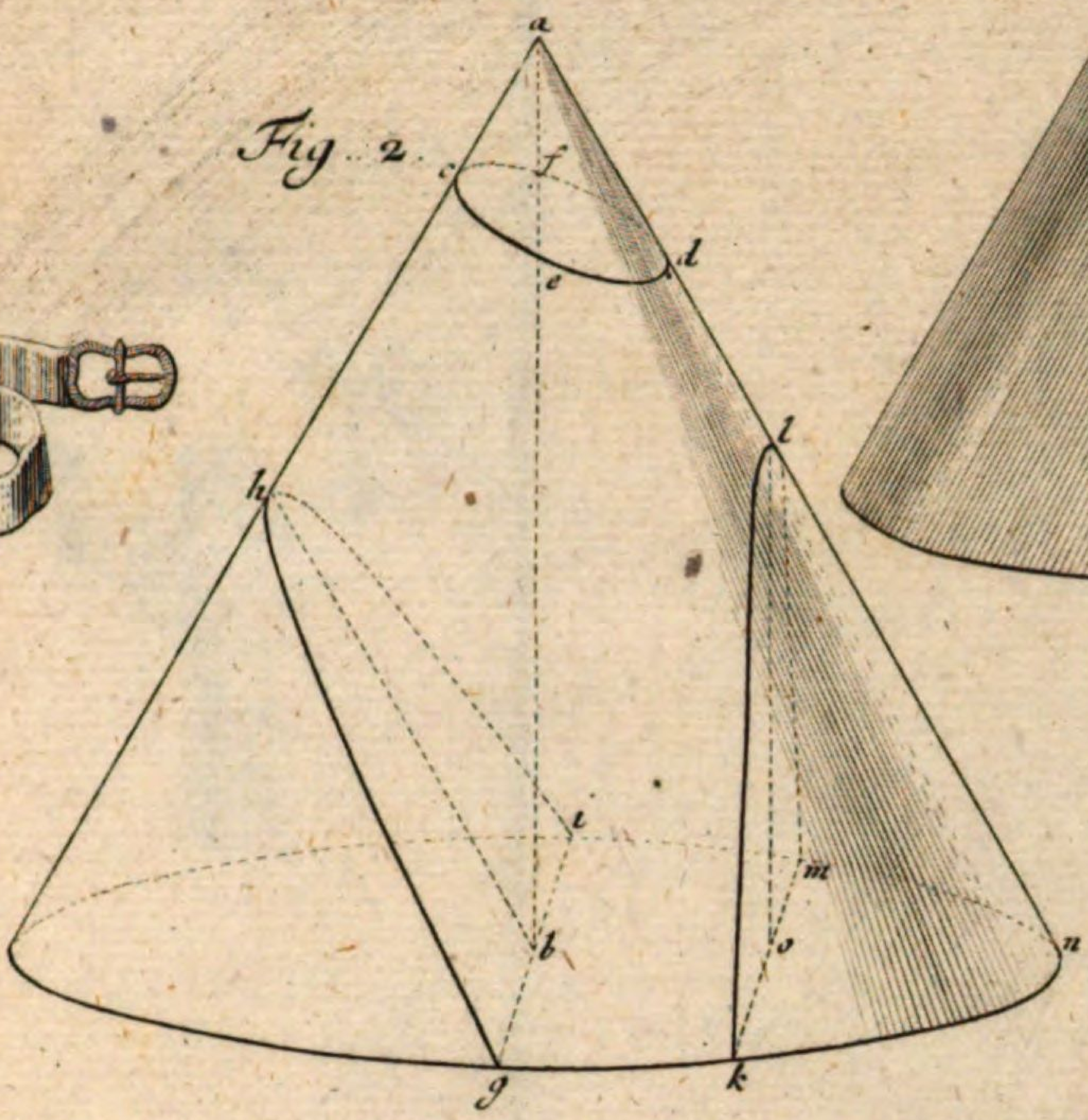


Fig. 3.

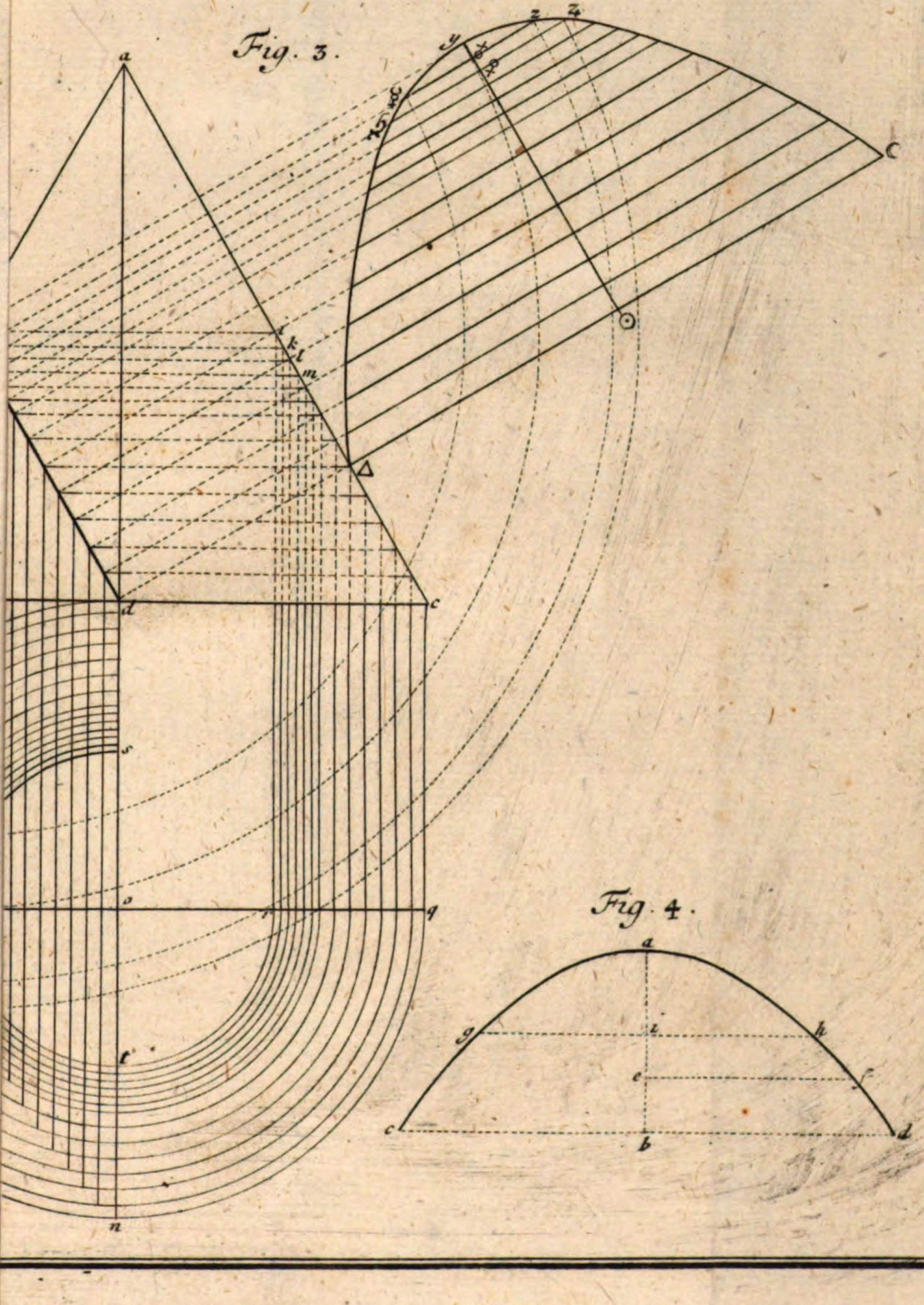


Fig. 4.

Tab. XXVI.

Fig. 1.

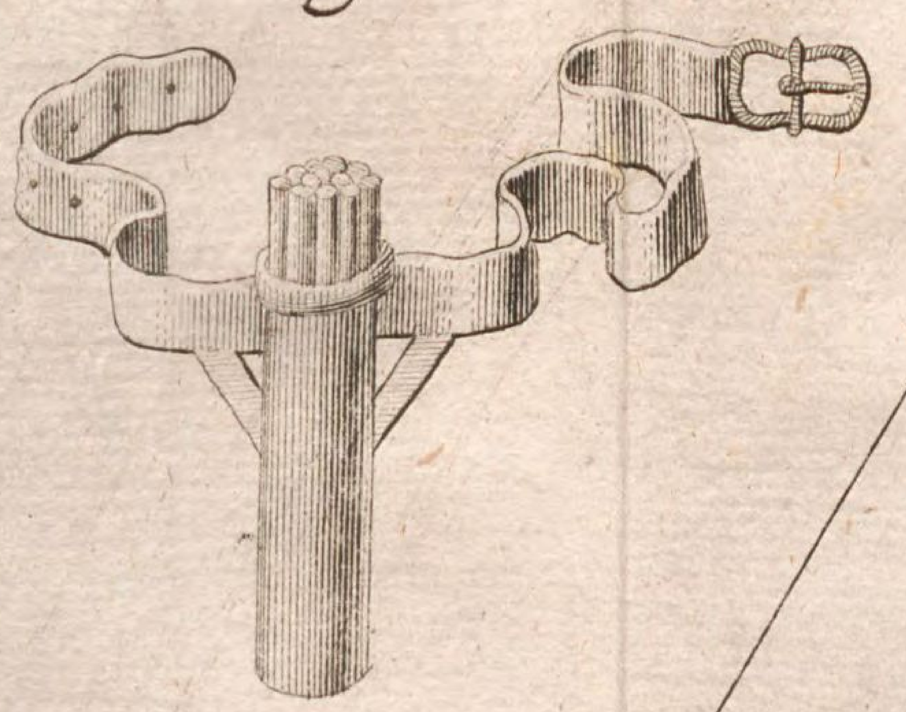


Fig. 2.

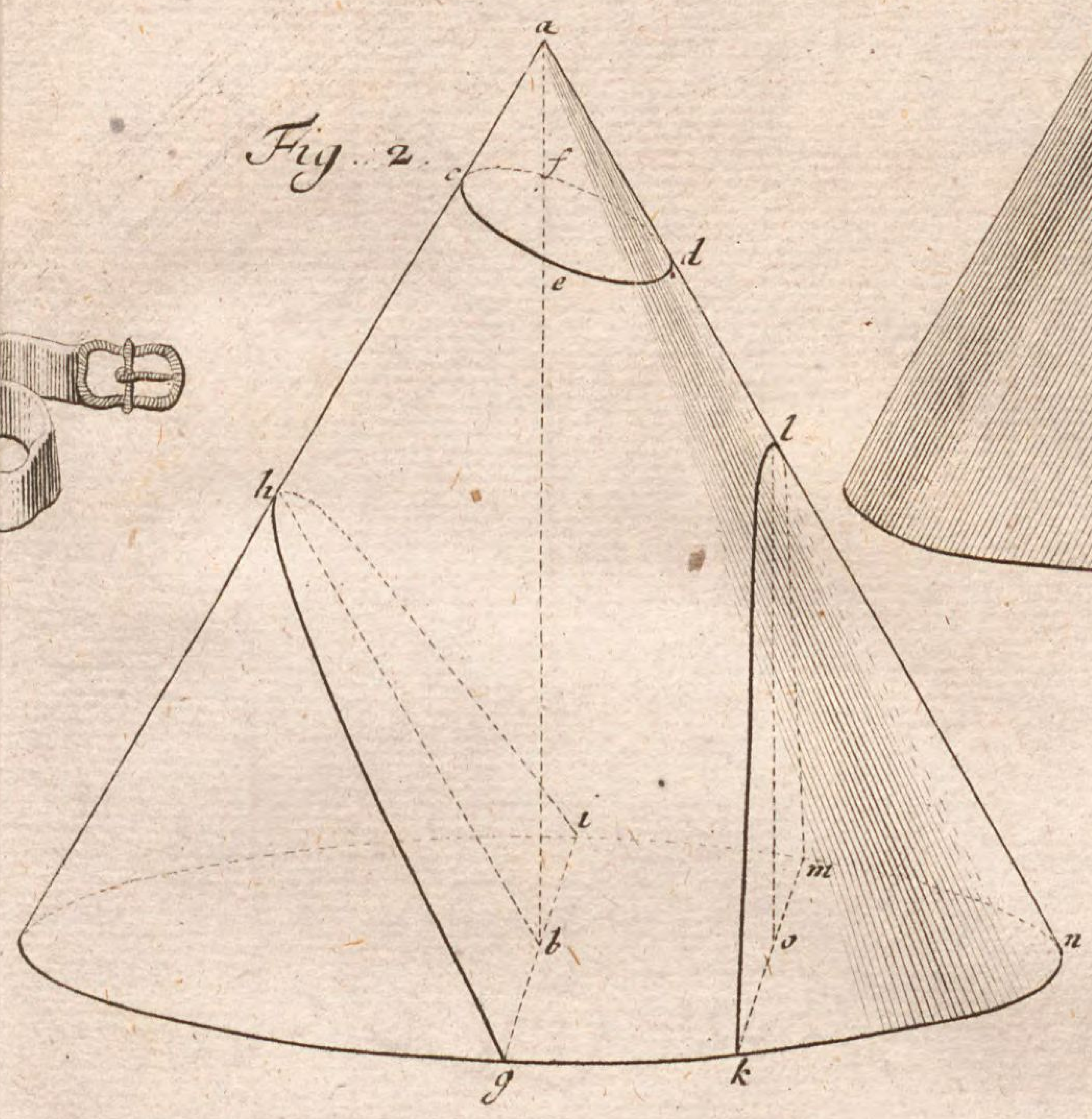


Fig. 5.

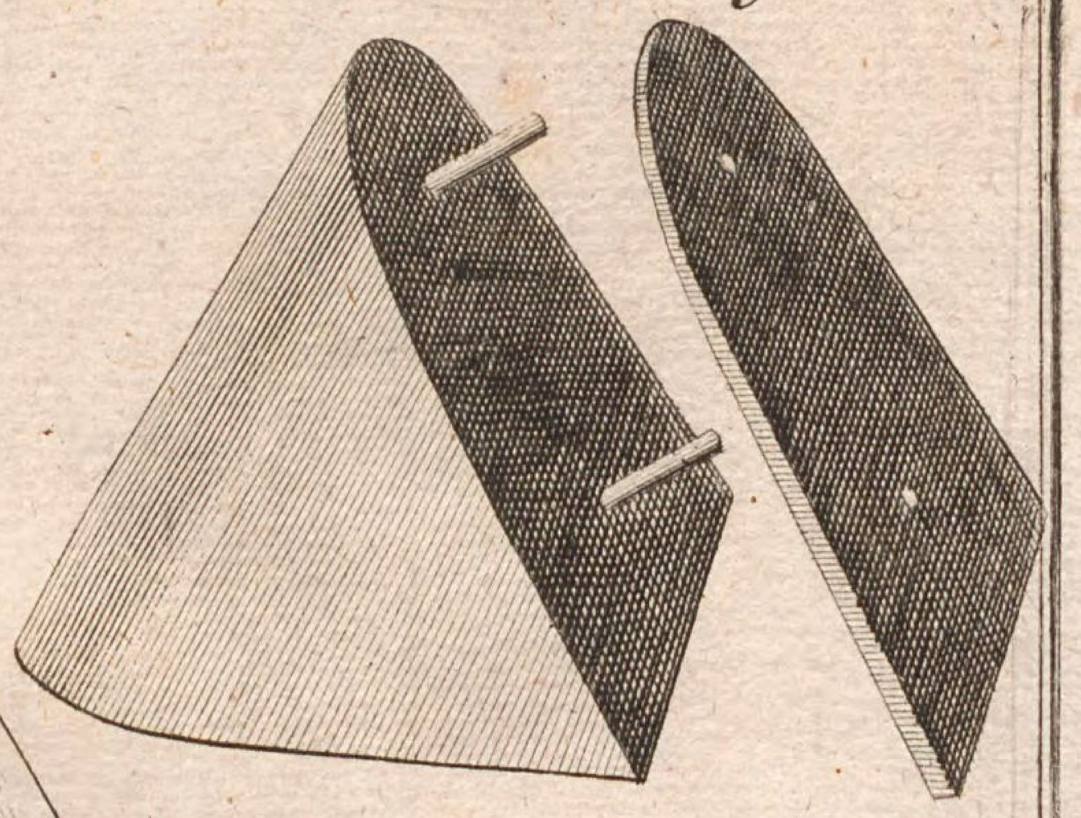


Fig. 3.

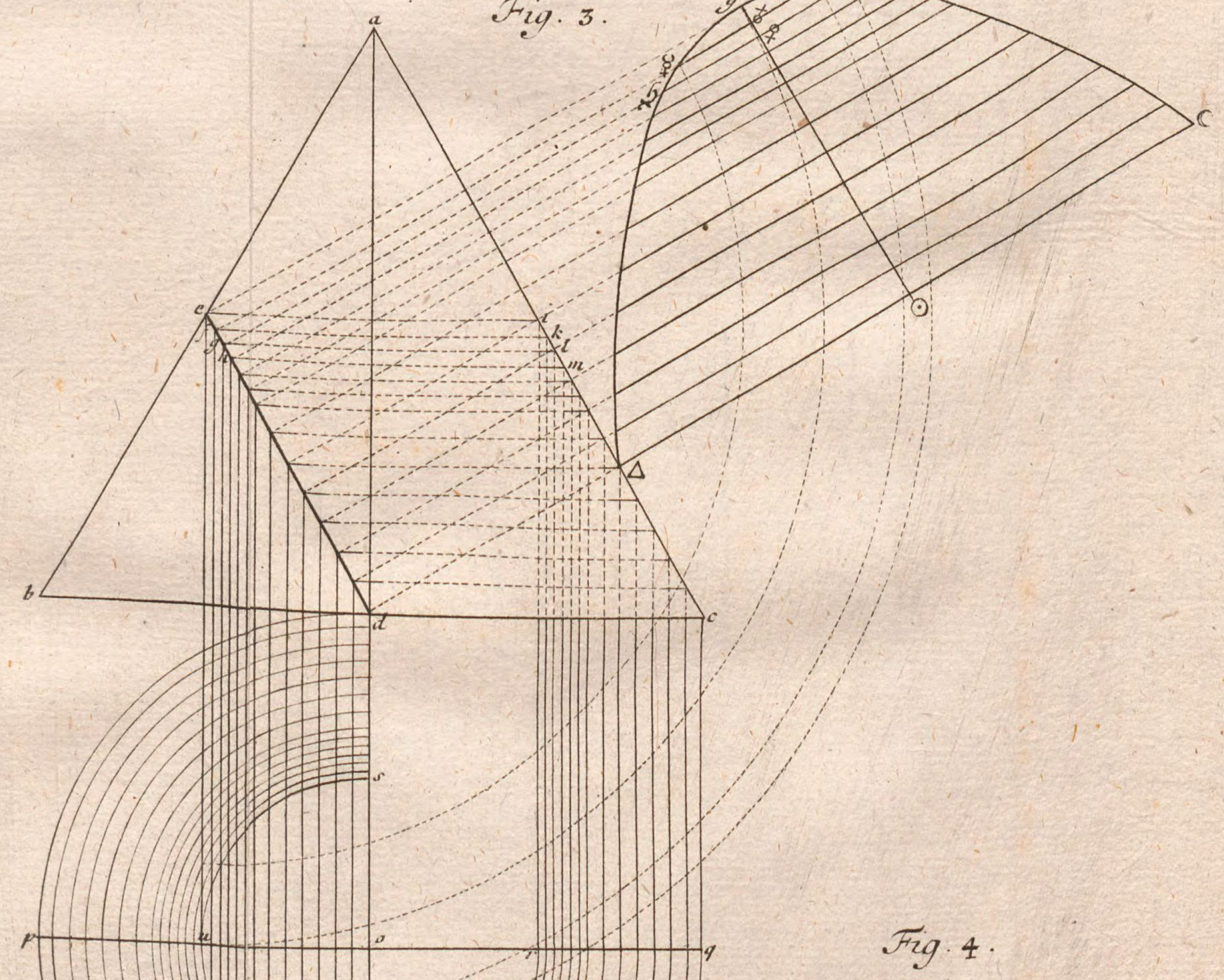
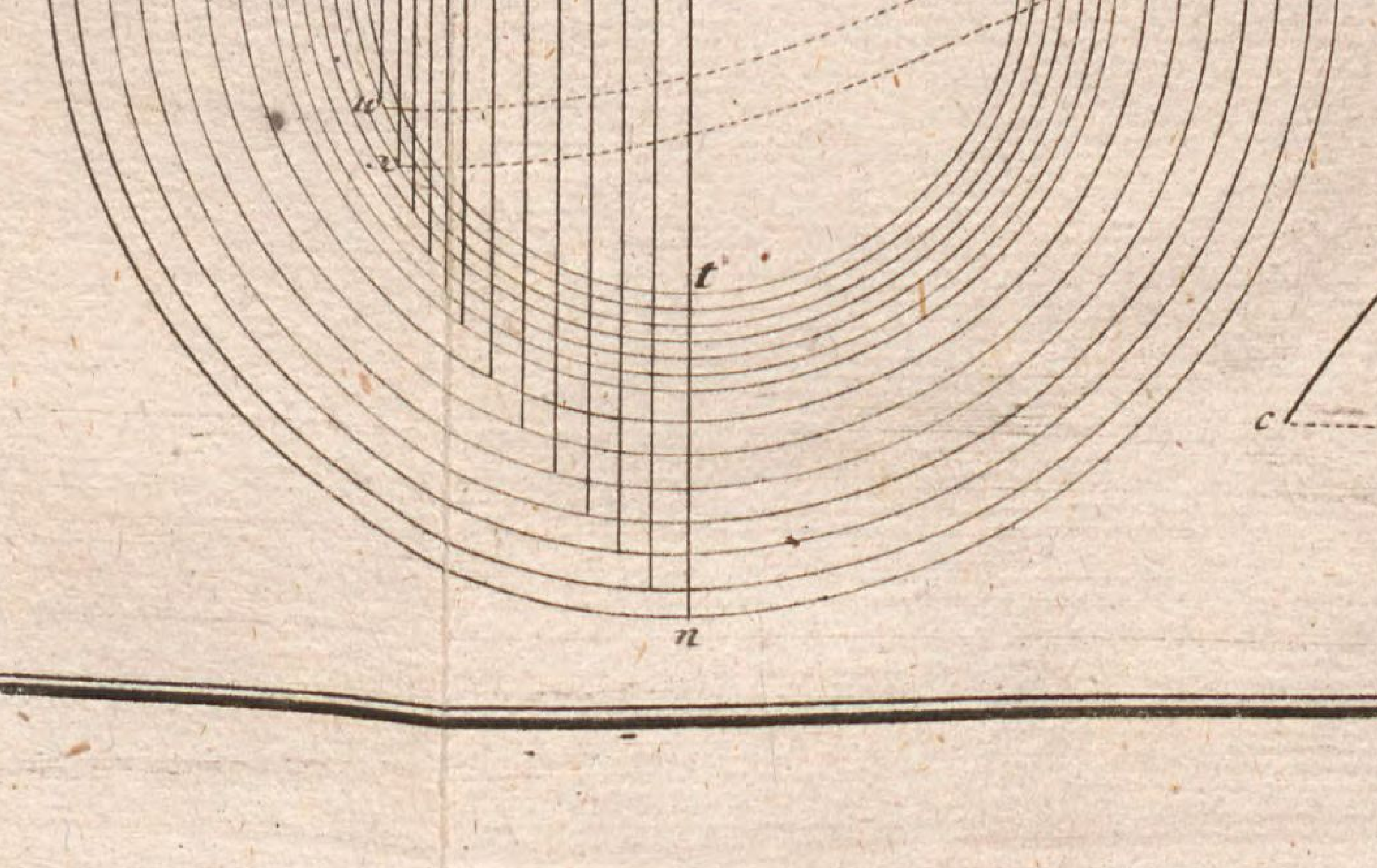
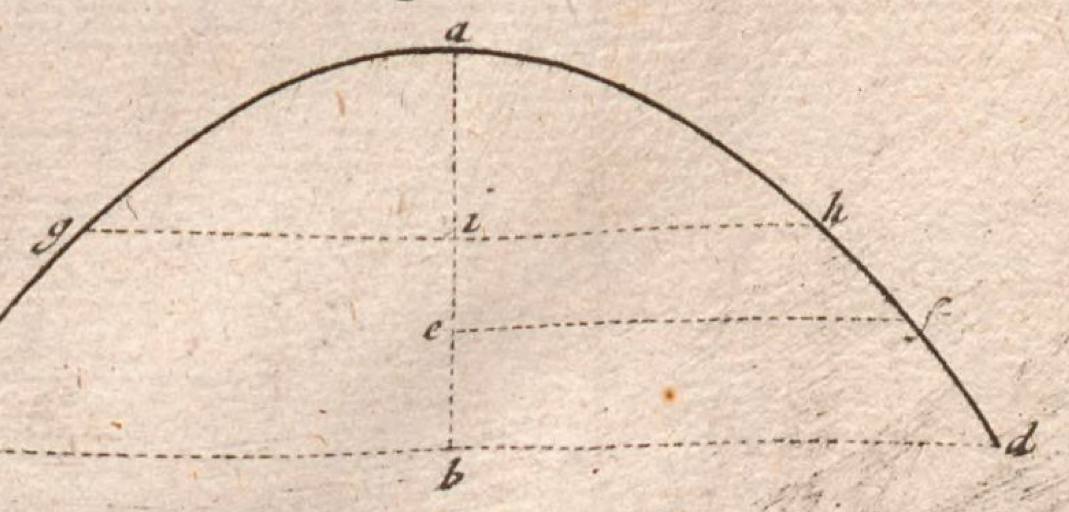
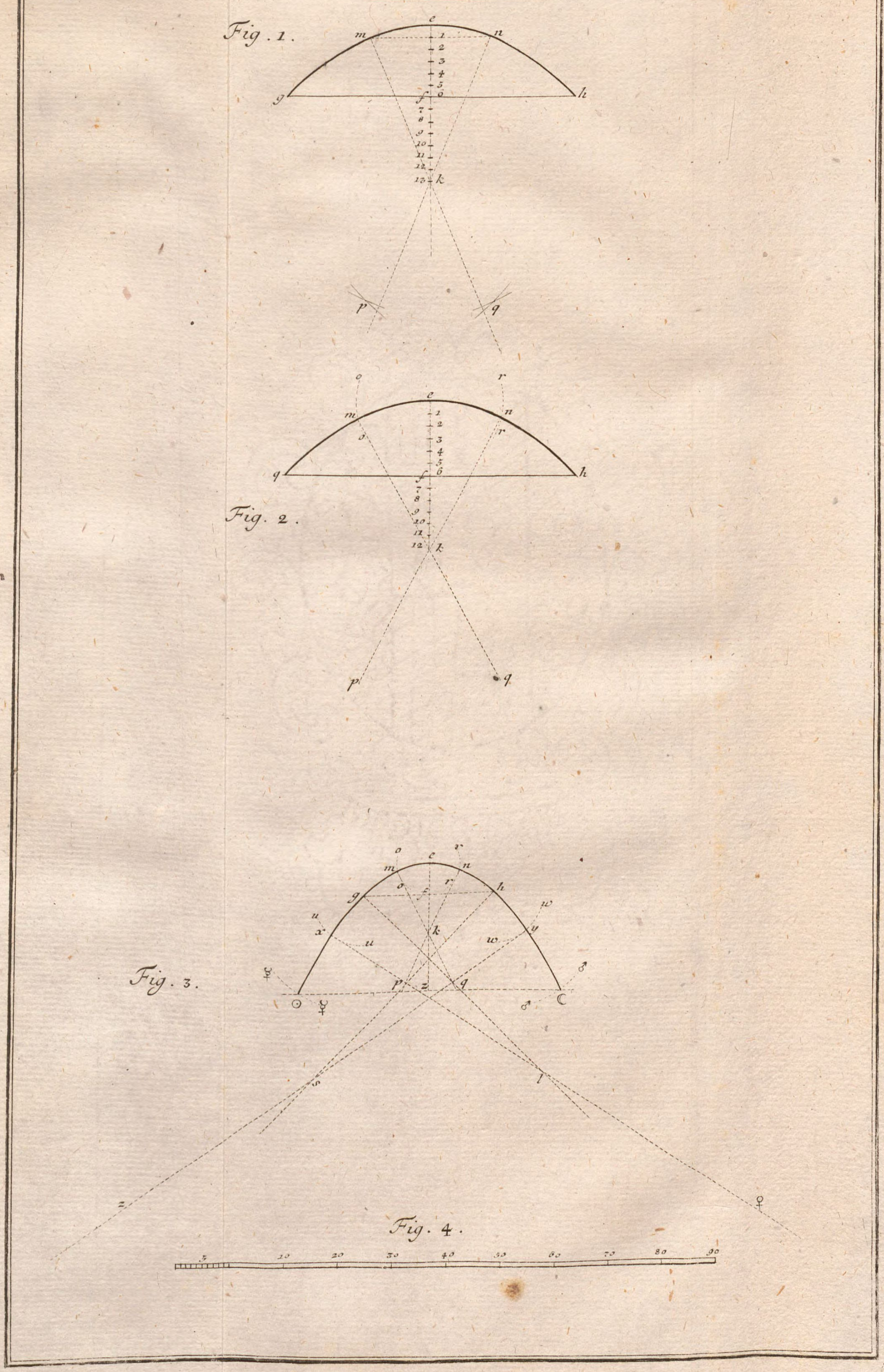



Fig. 4.

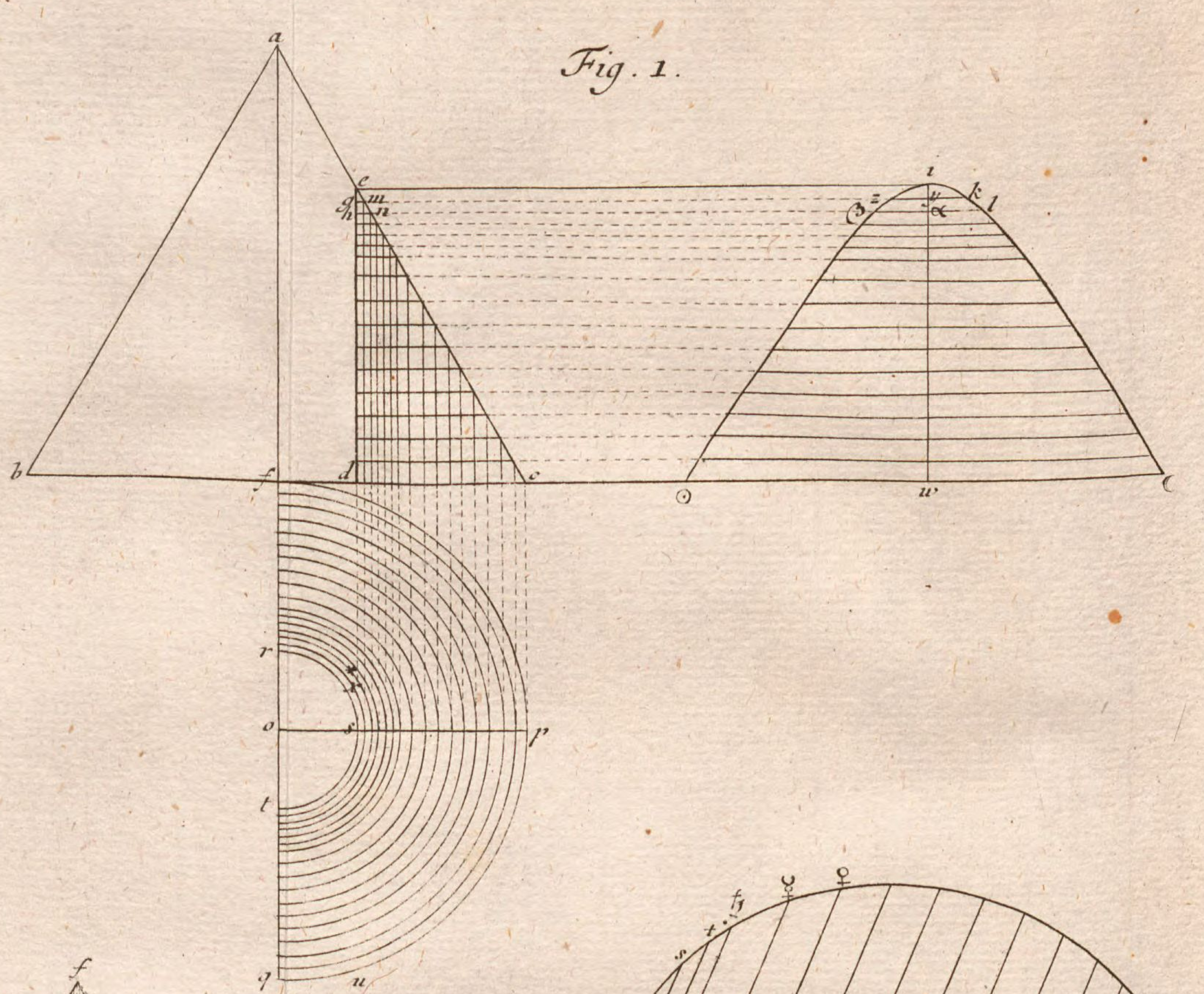


Tab. XXVII.



Tab. XXVIII.

Fig. 1.



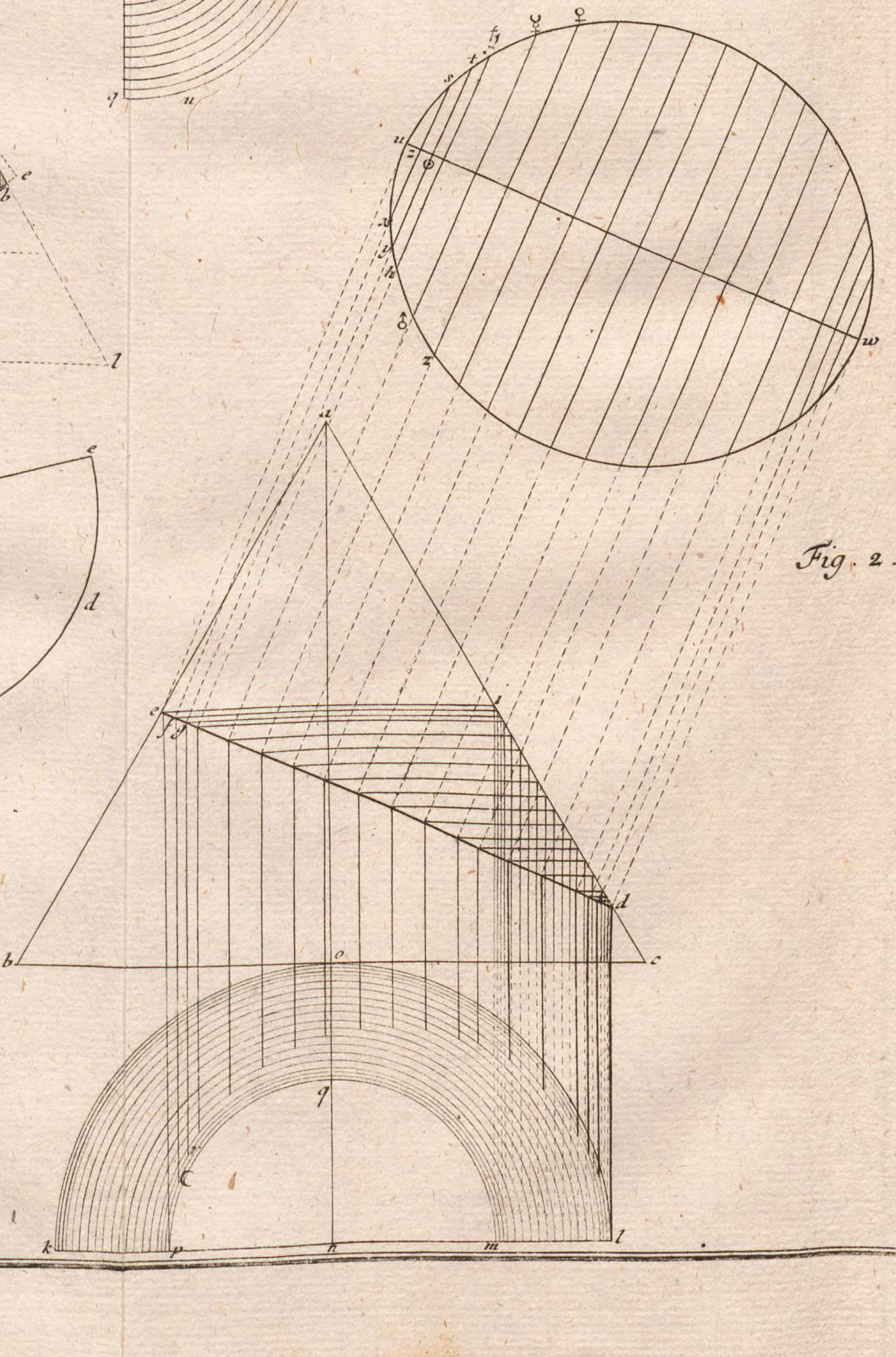
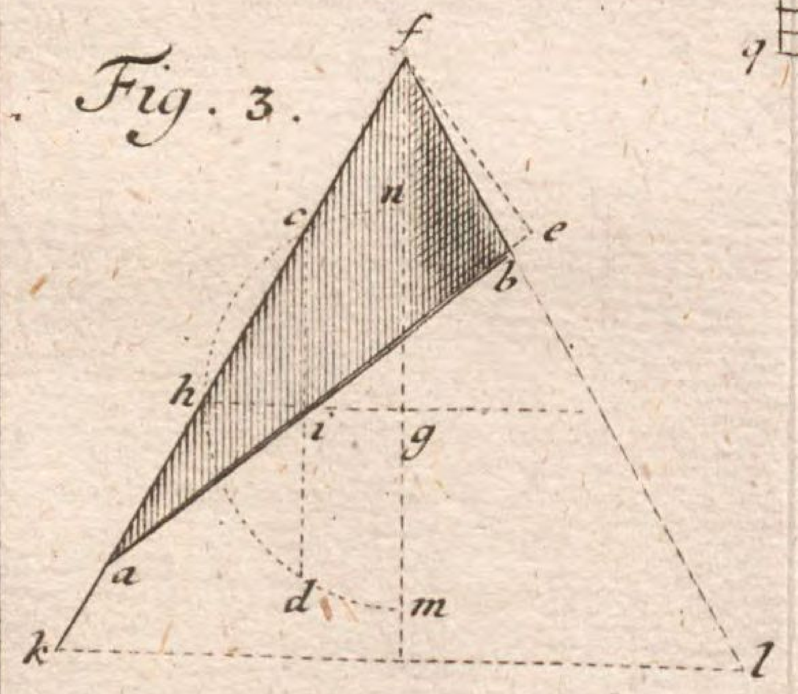


Fig. 2.

Fig. 3.



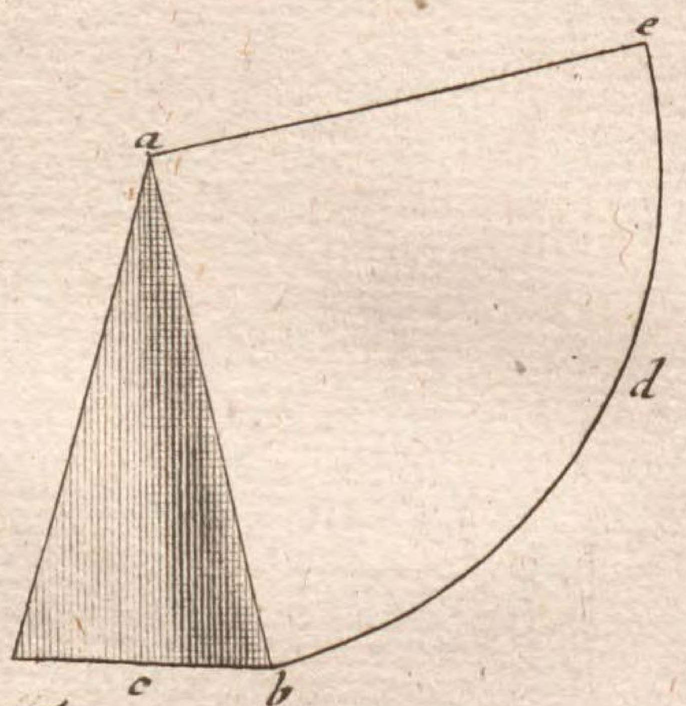


Fig. 4.

Tab. XXIX.

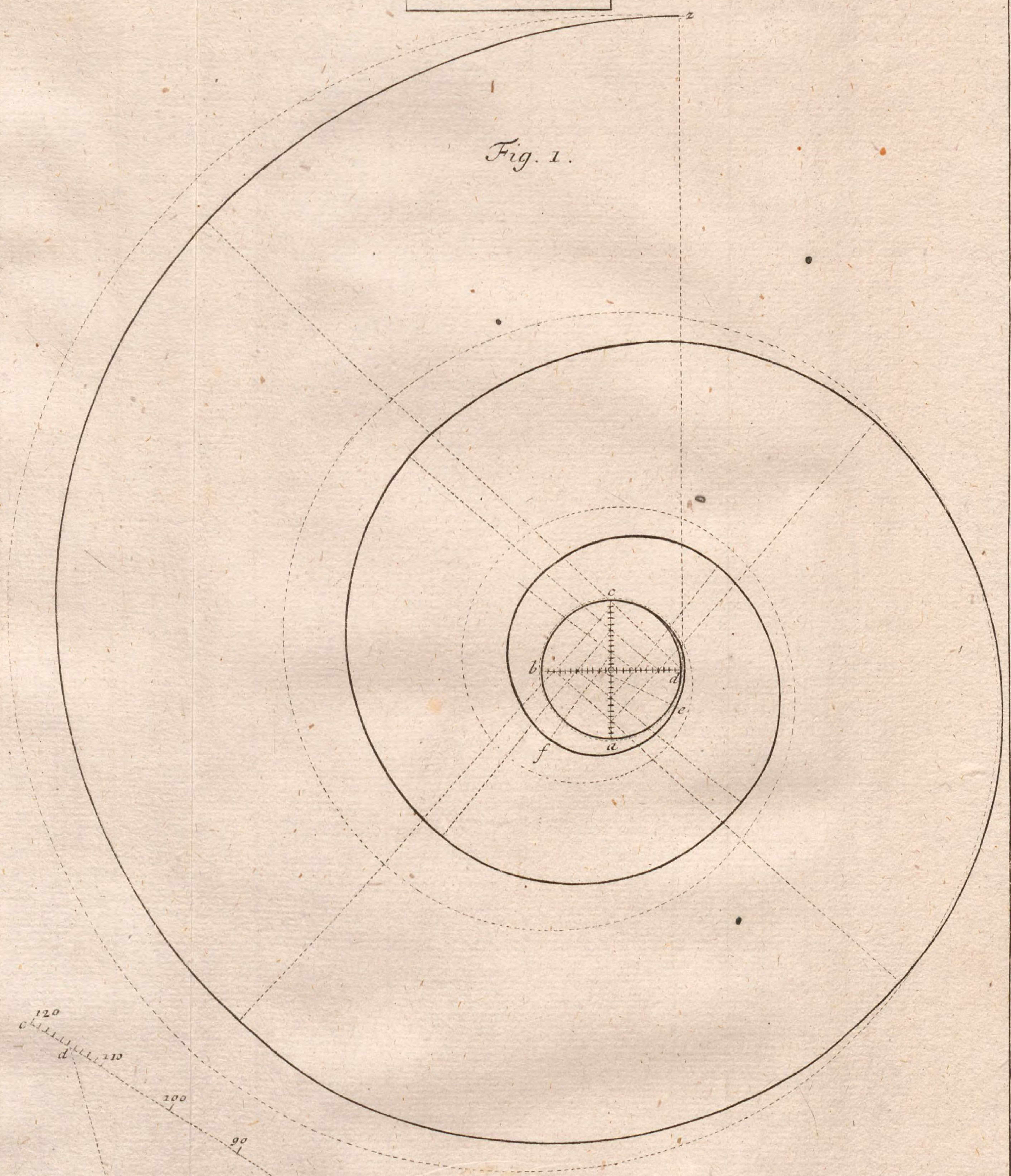


Fig. 1.

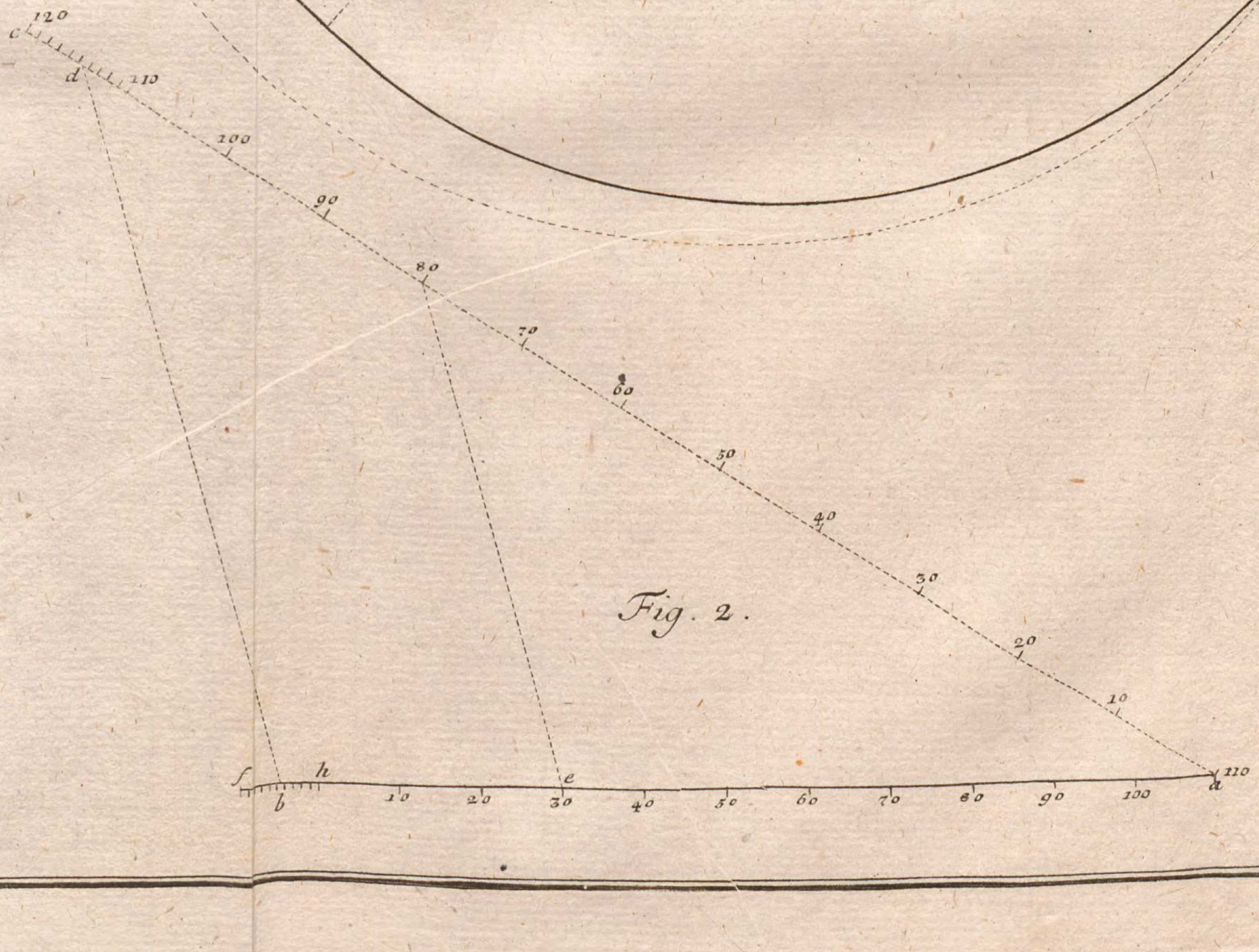
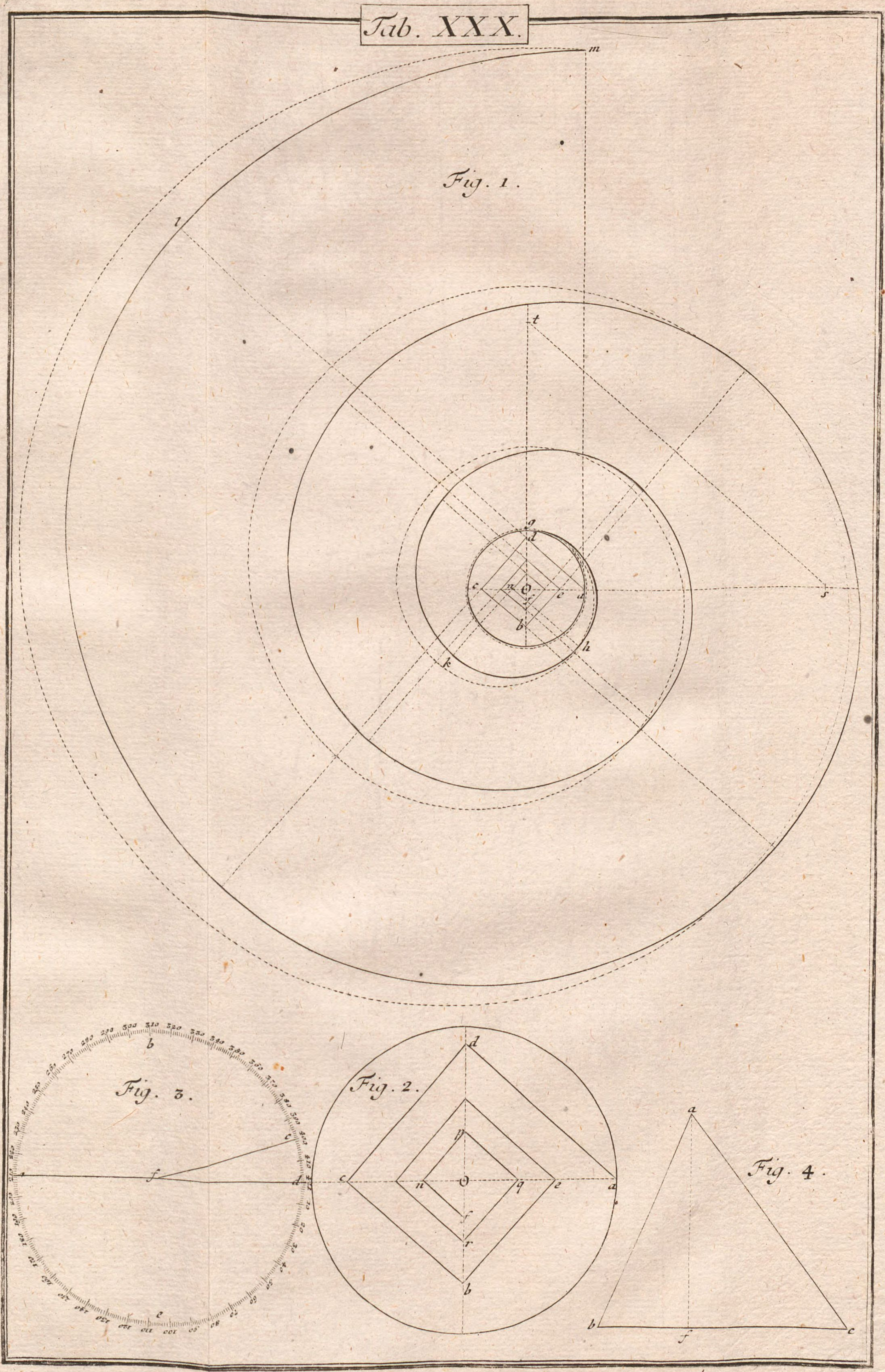
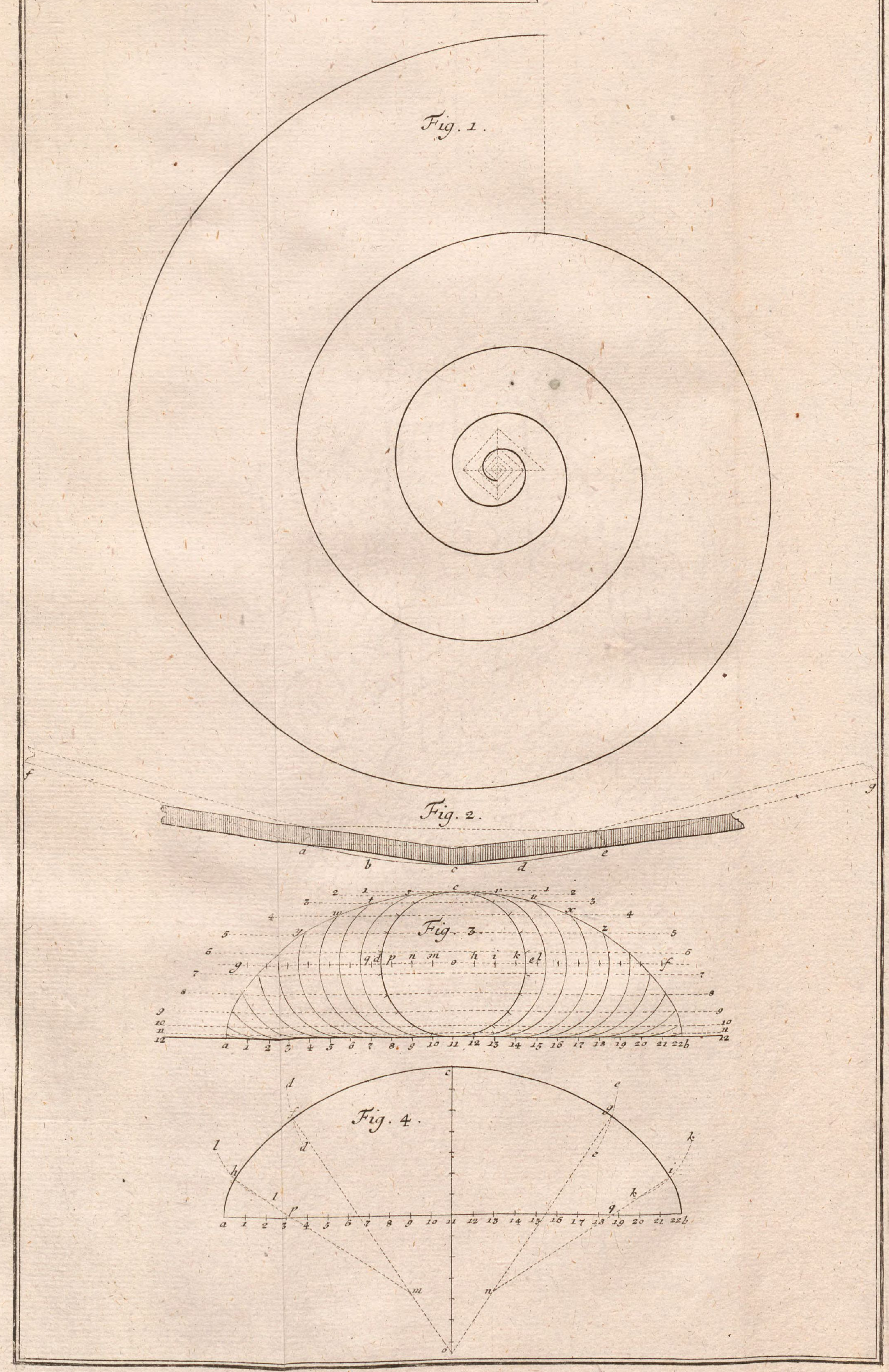


Fig. 2.

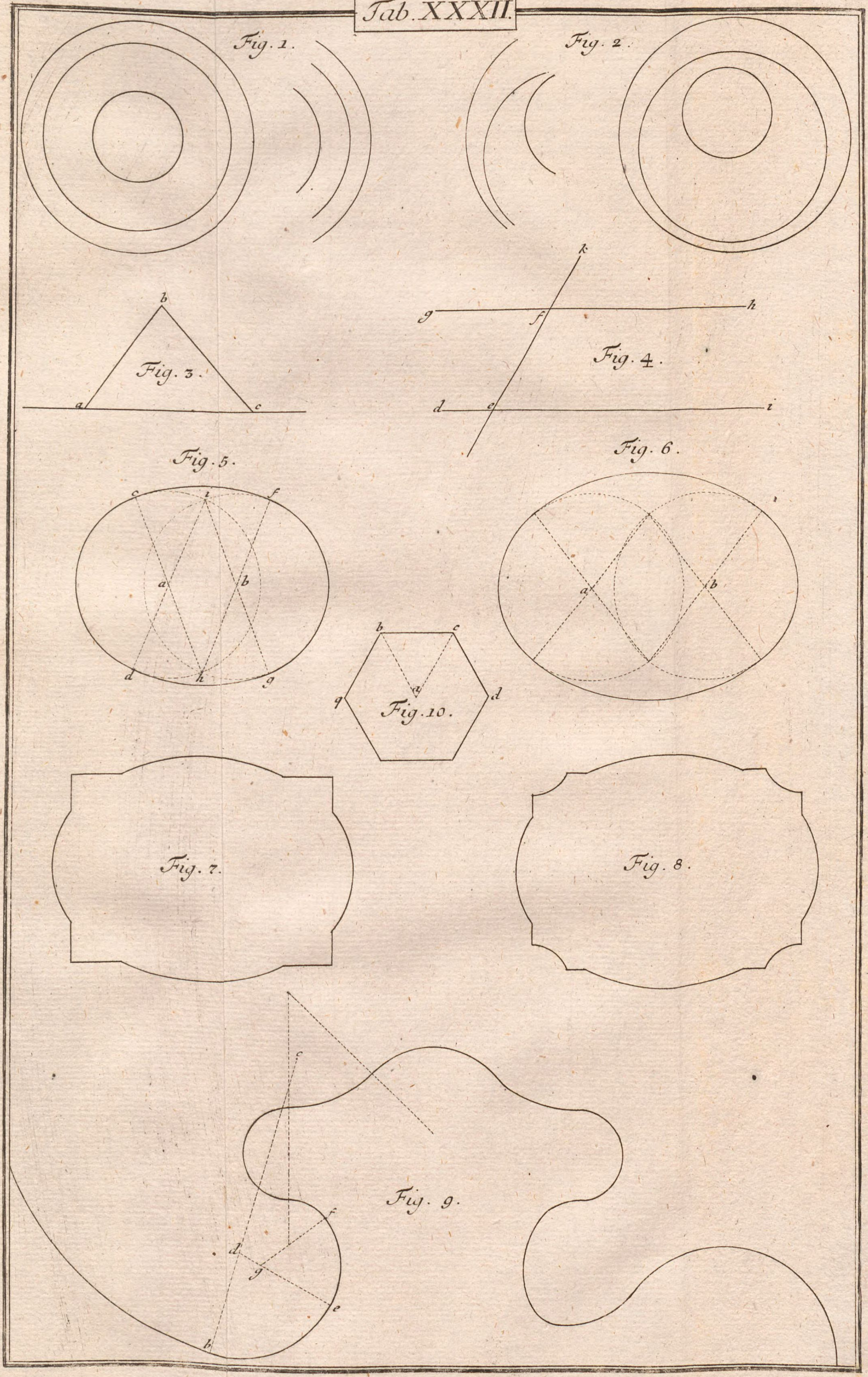
Tab. XXX.

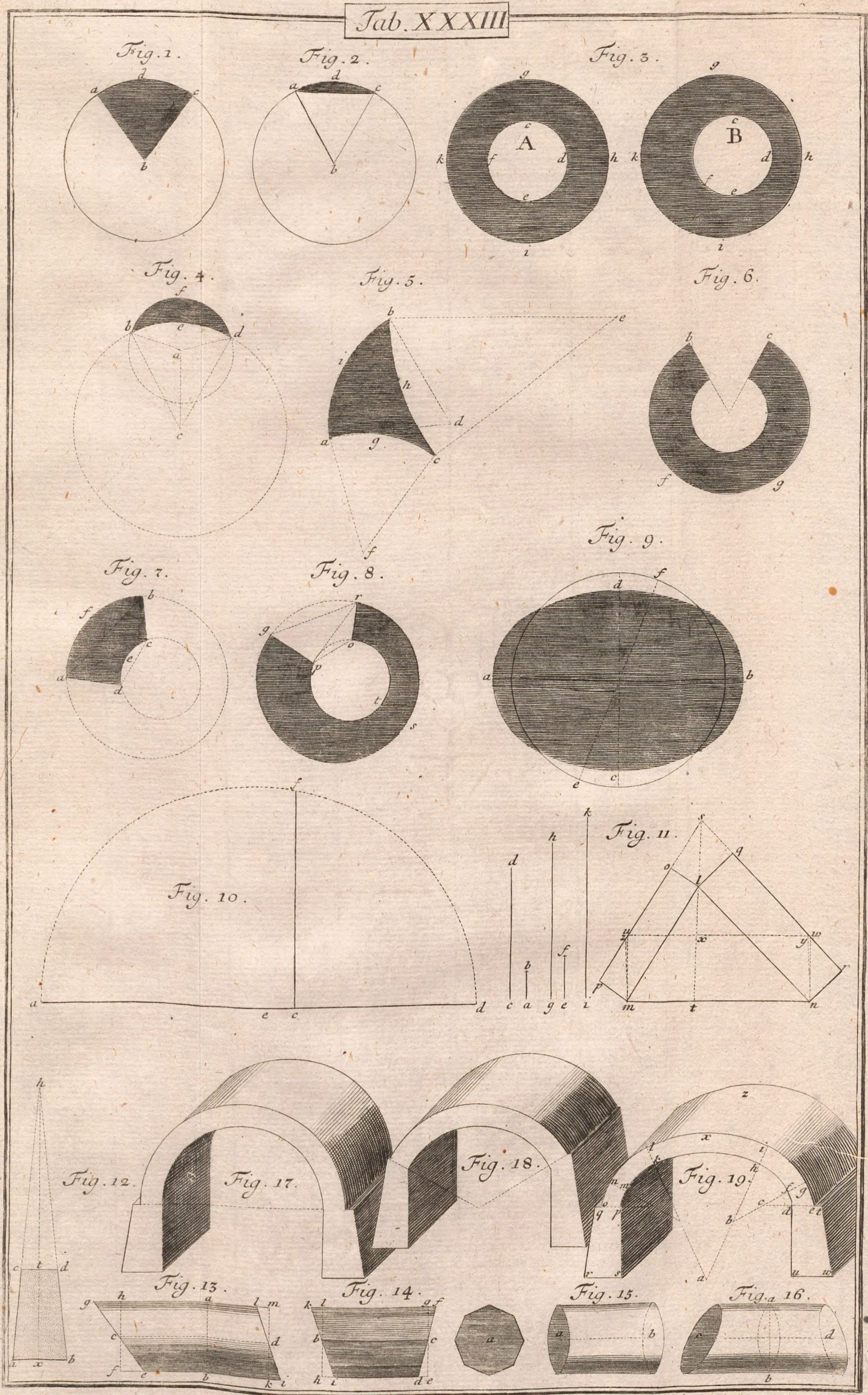


Tab. XXXI.

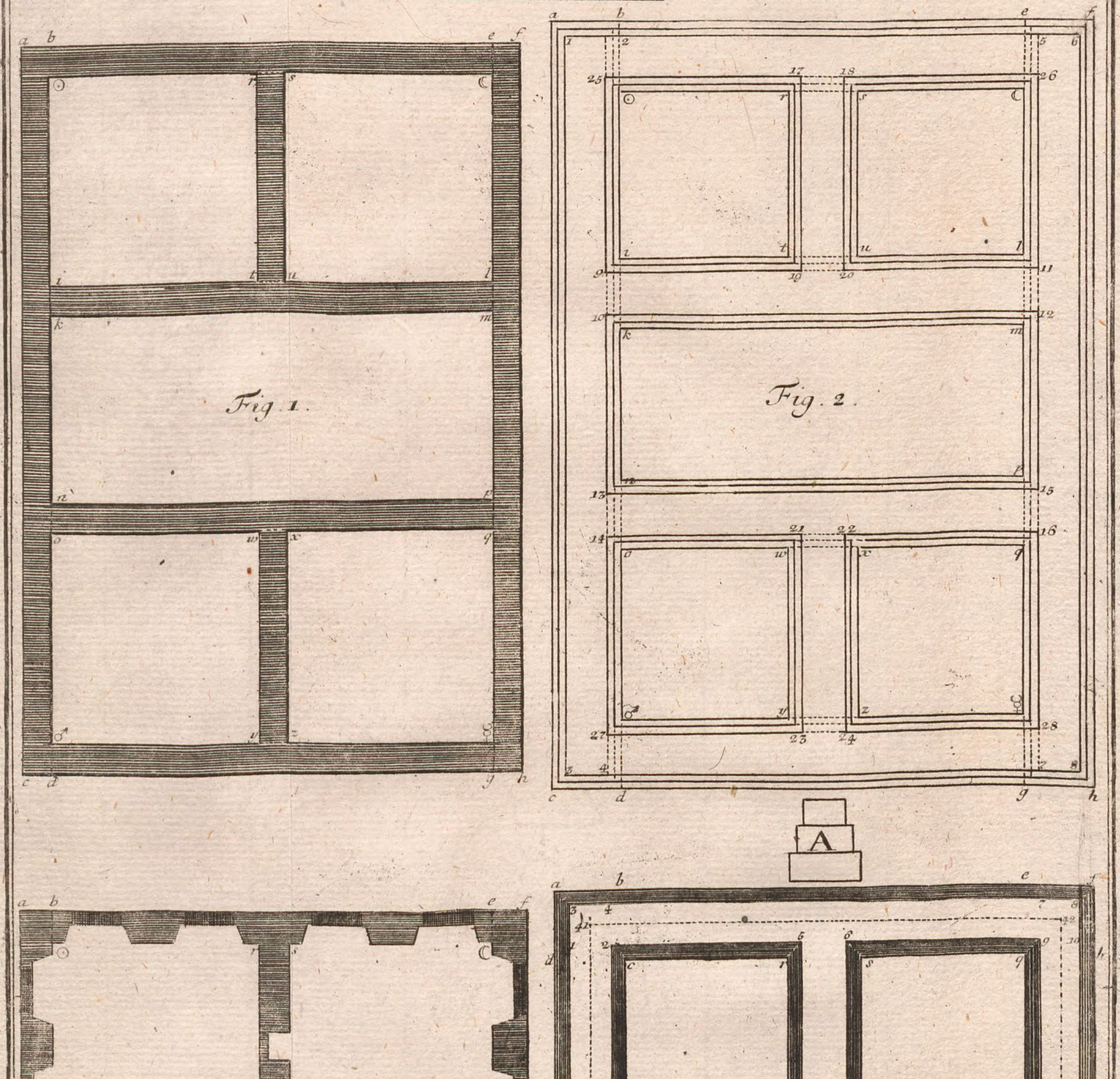


Tab. XXXII.

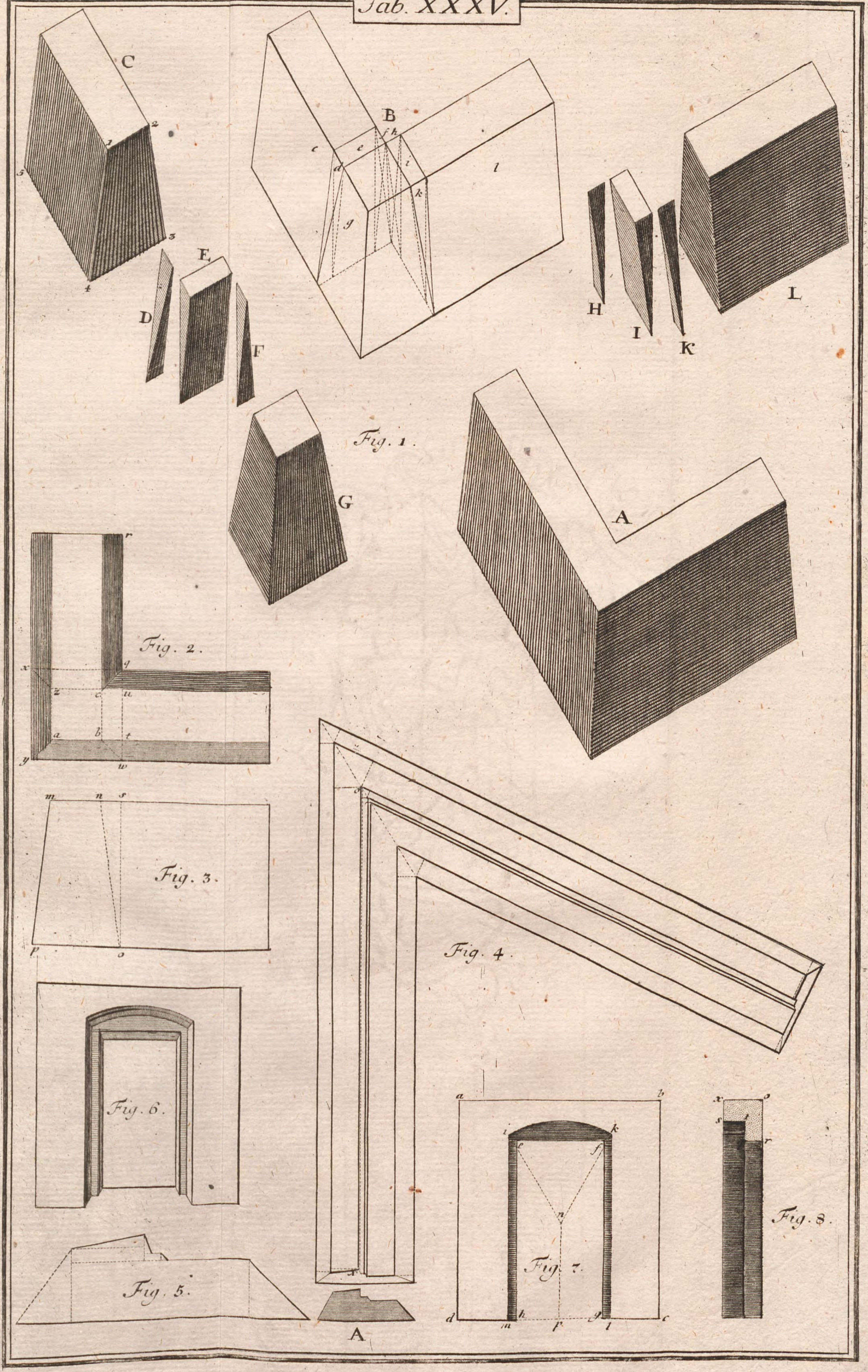



Tab. XXXIII
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
A
B
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.

Tab. XXXIV.



Tab. XXXV.



Tab. XXXVI.

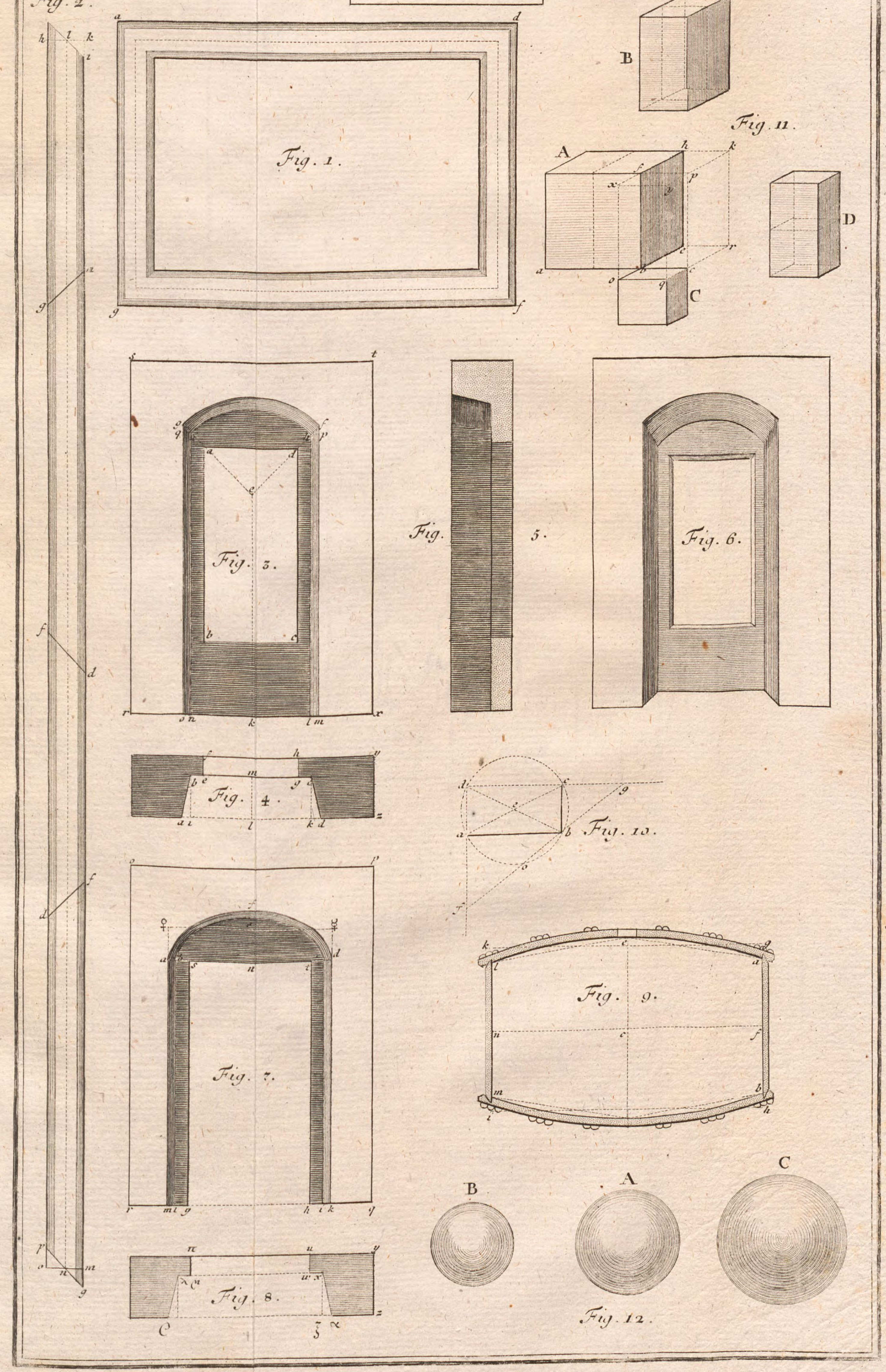


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
A
B
C
D

Tab. XXXVII.

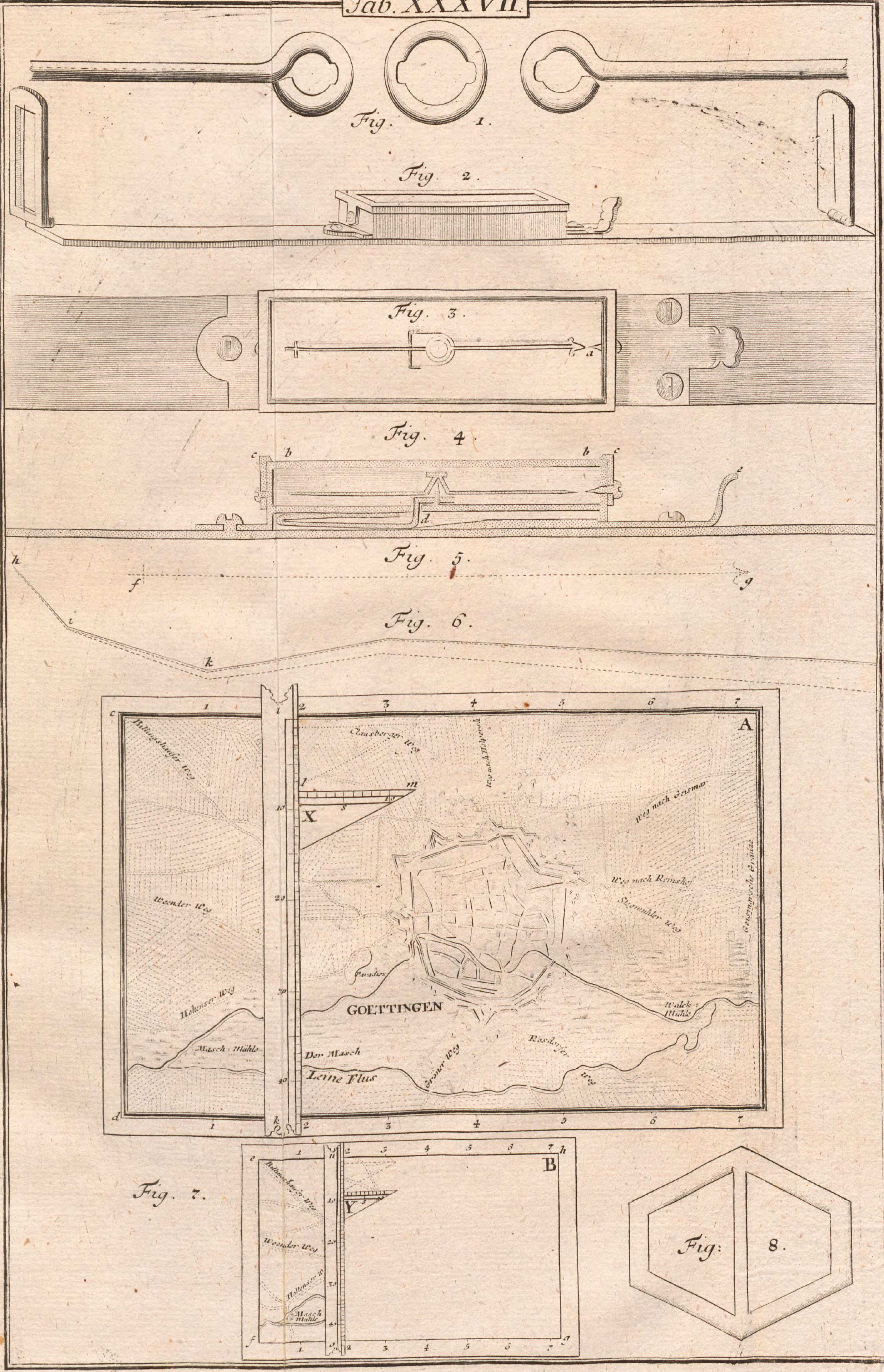
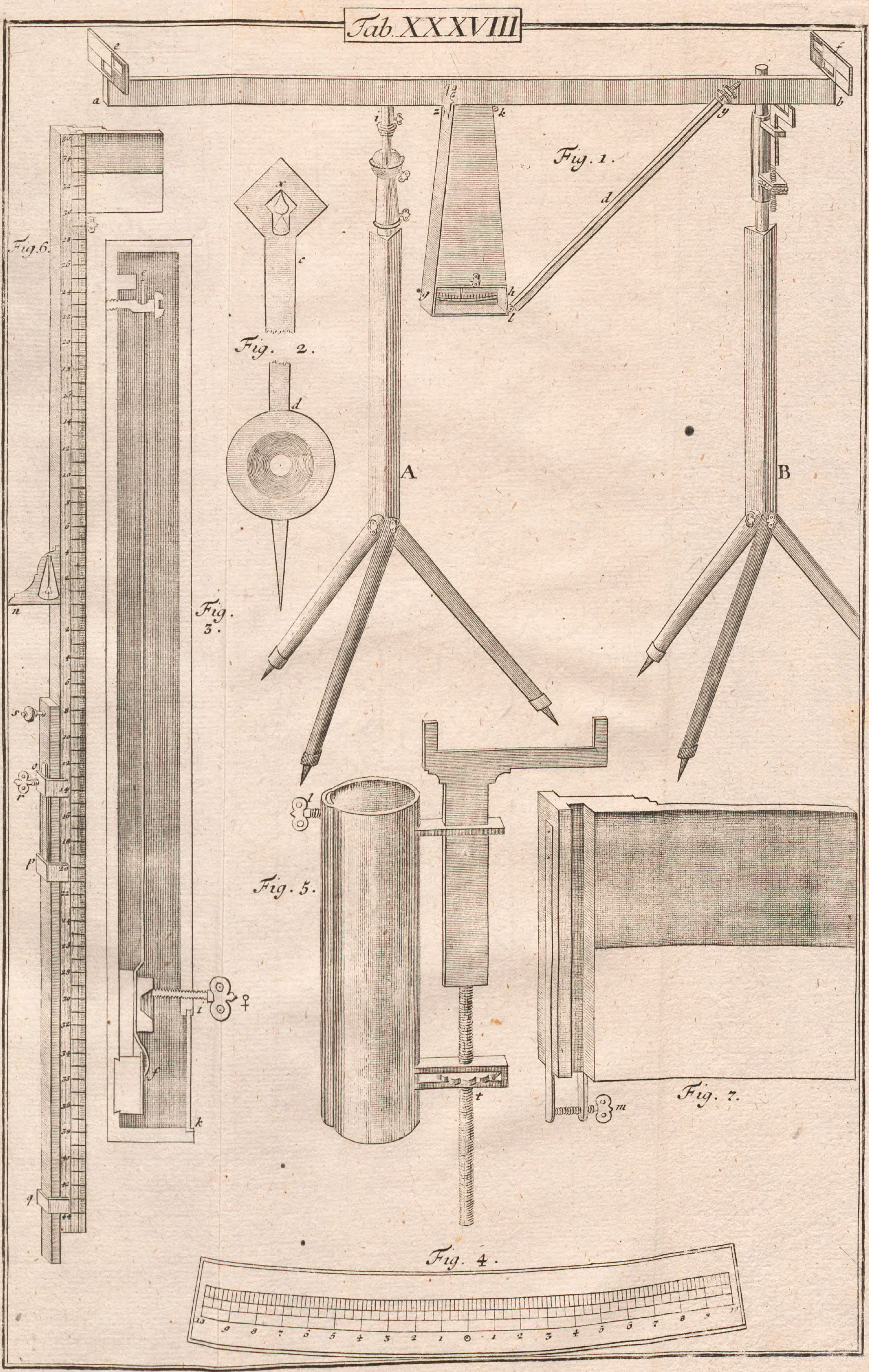


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
A
Clausberger Weg
Weender Weg
Holtenser Weg
Masch Mühle
Der Masch
Leine Flus
GOETTINGEN
Wegnach Reinshof
Walck Mühle
B
Weender Weg
Fig. 7.
Fig. 8.

Tab. XXXVIII



Tab. XXXIX

Fig. 2.

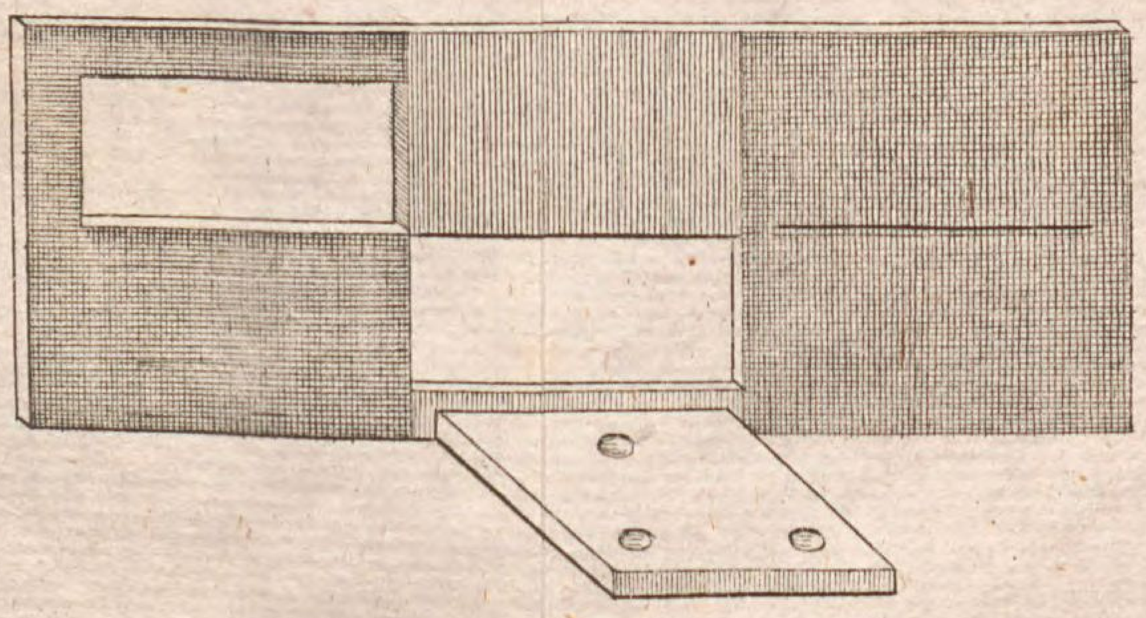


Fig. 3.

	Steigen Zoll	Fallen Zoll
Das Ufer bey A	32	„
bey c	39 $\frac{6}{10}$	„
— d	28 $\frac{1}{10}$	„
— e	„	54 $\frac{4}{10}$
— f	26 $\frac{3}{10}$	„
— g	„	37 $\frac{9}{10}$
— h	„	38 $\frac{3}{10}$
Das Ufer bey B	„	56
Summa	126	186 $\frac{6}{10}$
		126
Fallen des Stroms		60 $\frac{6}{10}$

Fig. 4.

Fig. 5.

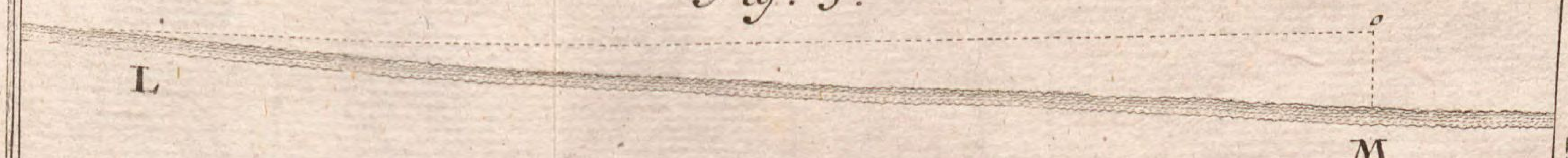


Fig. 6.

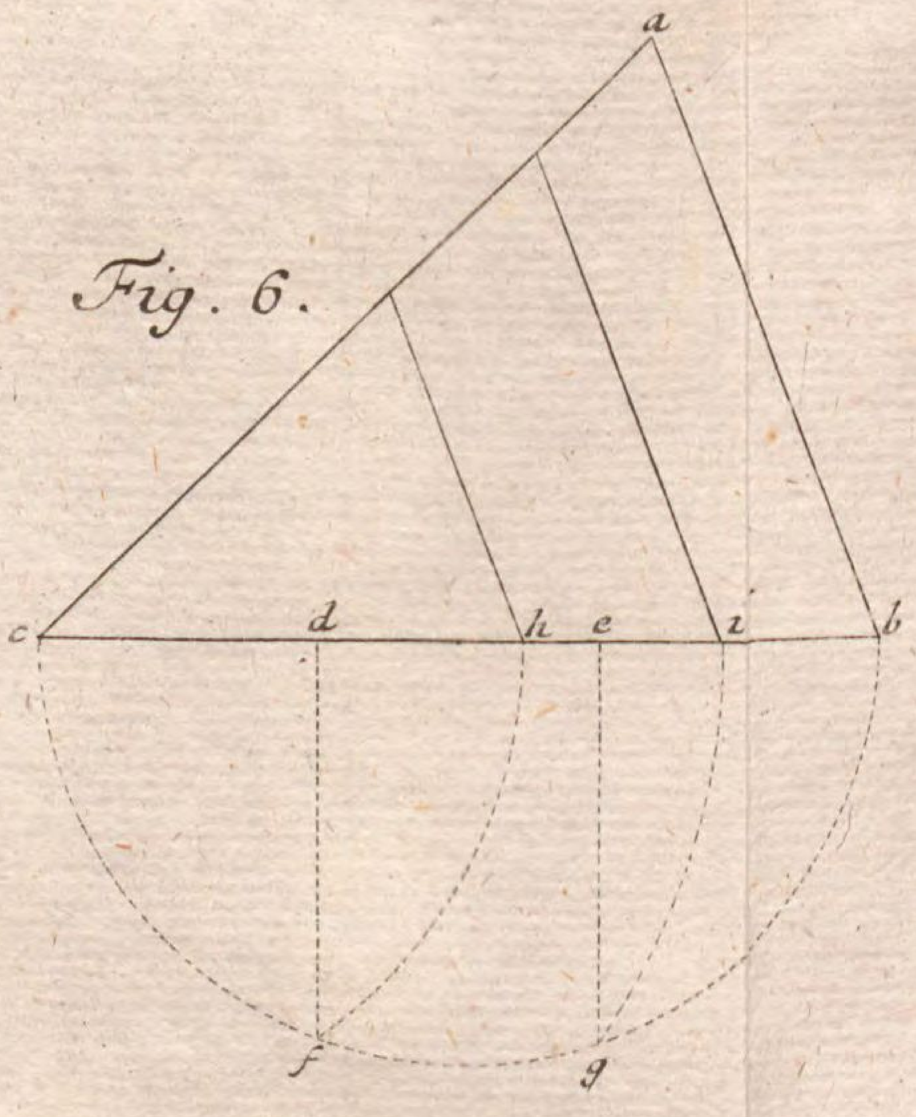


Fig. 7.

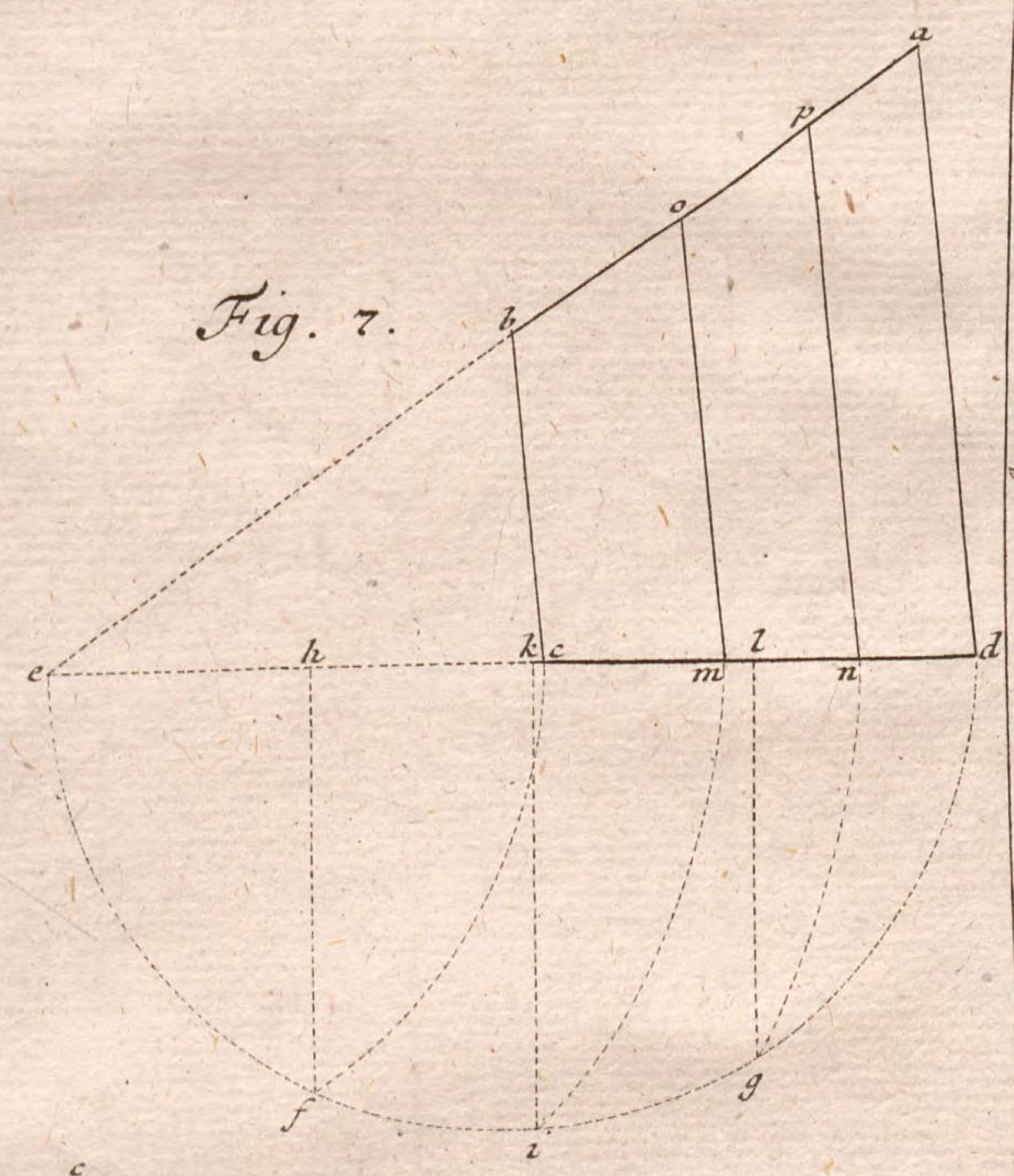


Fig. 8.

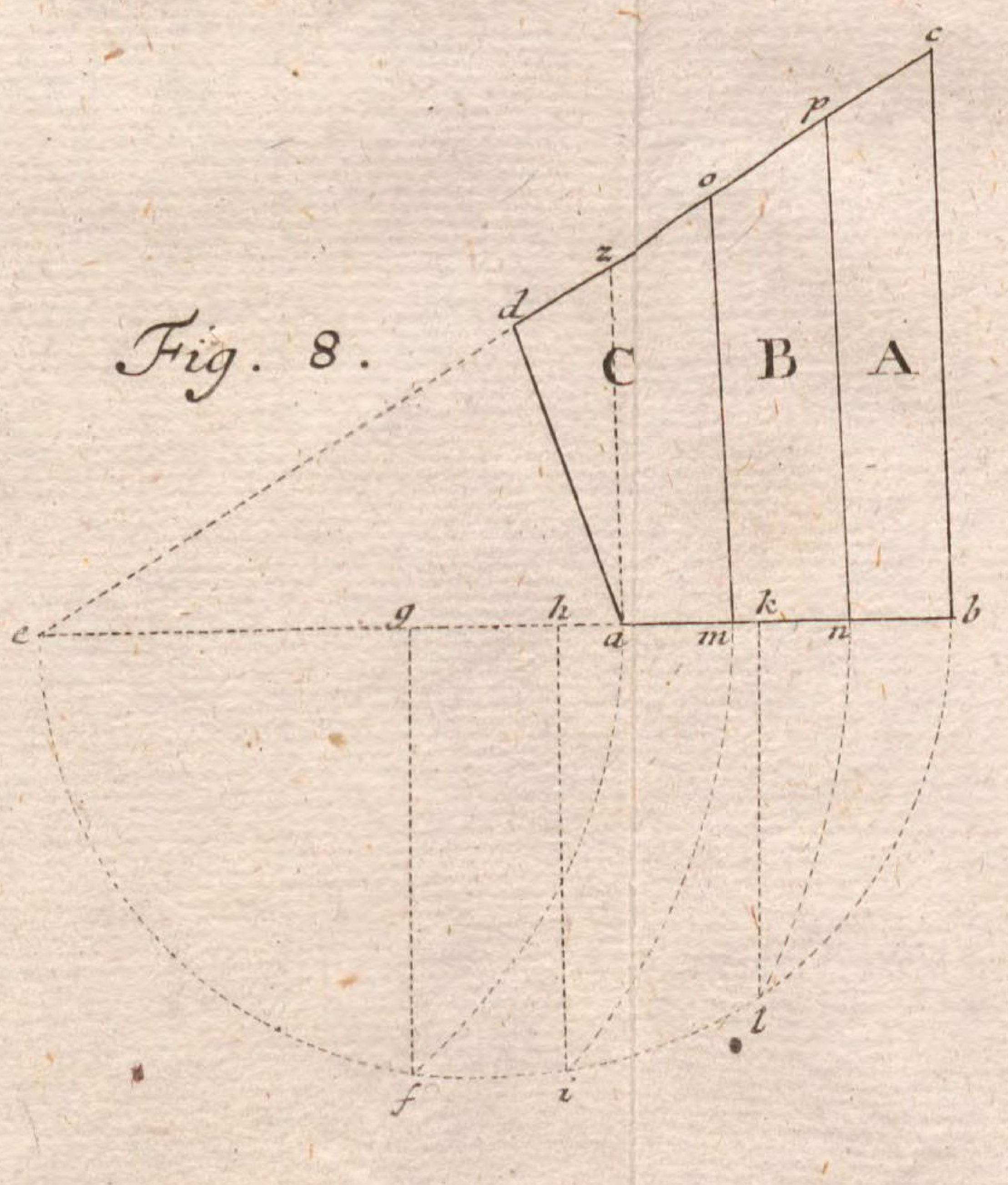
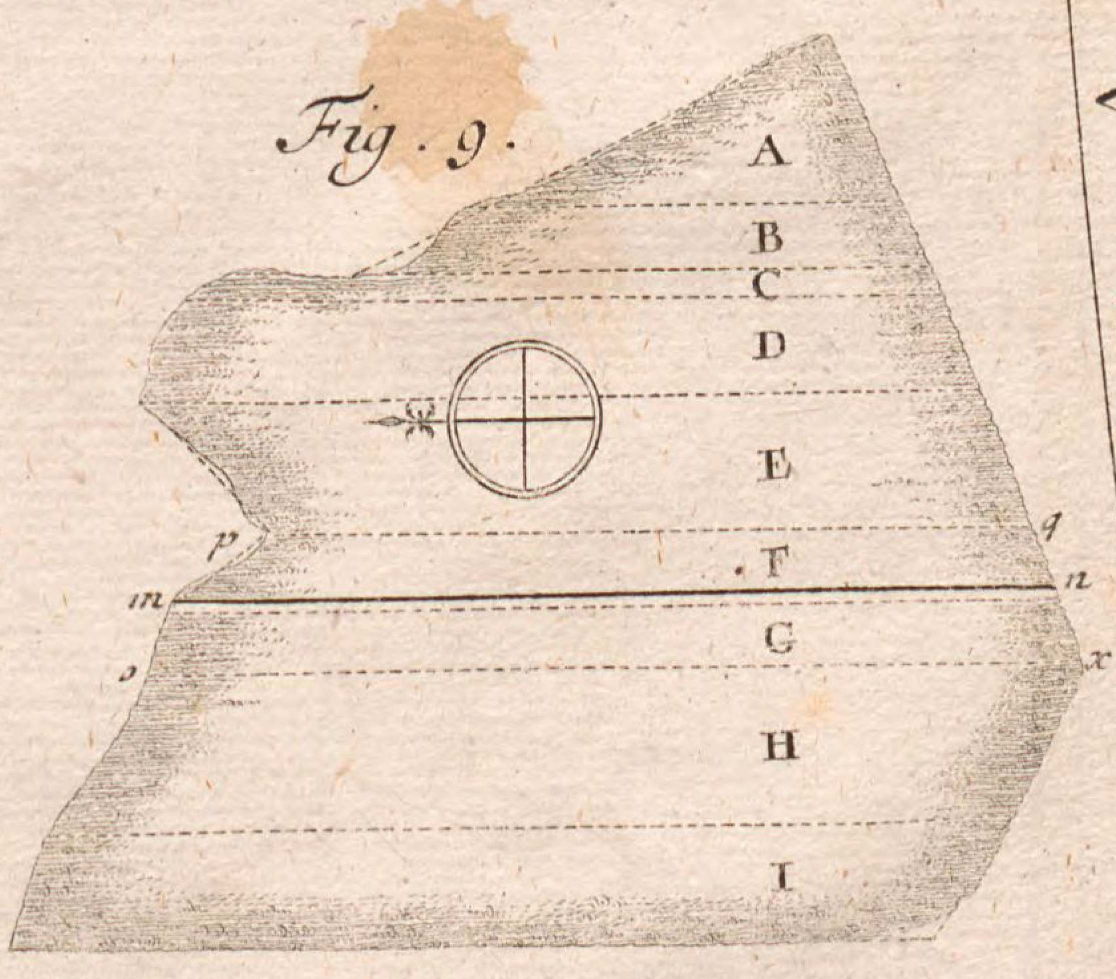


Fig. 9.



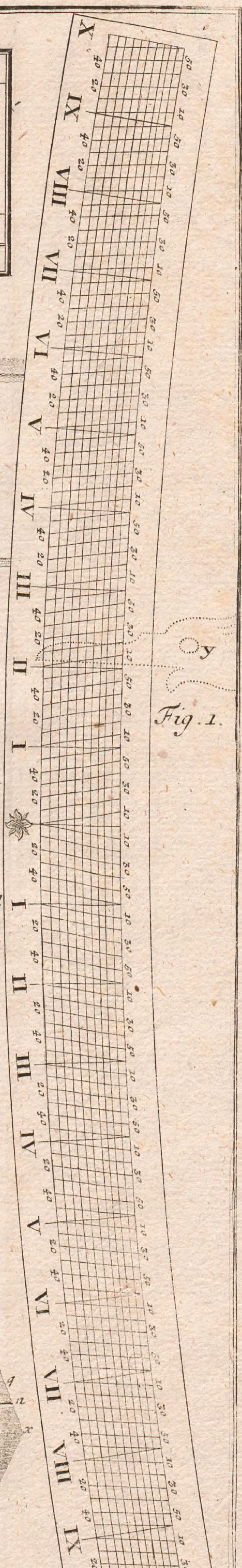


Fig. 1.

Bayerische Staatsbibliothek München

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Penther, Johann Friedrich,

Johann Friedrich Penthers, Königl. Groß-Britannischen Raths, und Prof. Ordin. Oecon. zu Göttingen, Zugabe Zur Praxi Geometriæ Worinnen Noch verschiedene zur ausübenden Geometria nützliche Stücke, dabey auch zweyerley Arten Architectonsiche Schnecken, nach Geoemtrischen Gründen, in einer angenehmen proportionirlich-fortgehenden Erweiterung zu zeichnen

Augsburg 1754

4 Math.p. 411 f-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10054060-5
VD18 90908848